T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI

HAYAT BOYU ÖĞRENME GENEL MÜDÜRLÜĞÜ
AÇIK ÖĞRETİM DAİRE BAŞKANLIĞI

MATEMATİK
7. SINIF

DERS KİTABI

YAZAR
Özlem YIKILMAZ

ANKARA 2023

MEB HAYAT BOYU ÖĞRENME GENEL MÜDÜRLÜĞÜ YAYINLARI
AÇIK ÖĞRETİM OKULLARI

Dil Uzmanı
Bülent Kenan ERKAN

Görsel Tasarım Uzmanı
Fatih SAĞLAM
YÜMER

Grafik Tasarım Uzmanı
YÜMER

İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif ERSOY

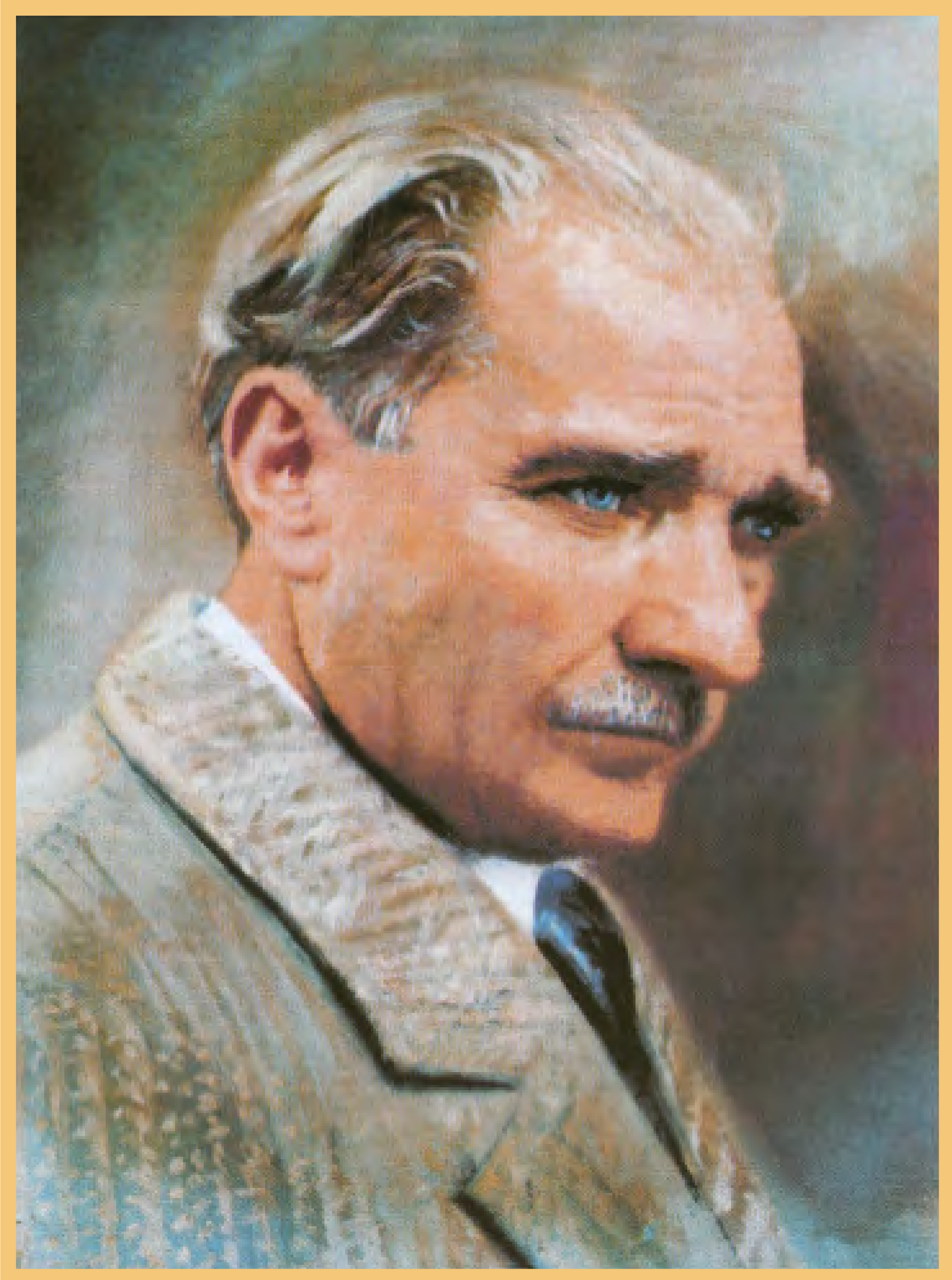
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrumetmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER

1.ÜNİTE: SAYILAR VE İŞLEMLER

TAM SAYILARLA İŞLEMLER

2.ÜNİTE: SAYILAR VE İŞLEMLER

RASYONEL SAYILAR

RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER

3.ÜNİTE: CEBİR

CEBİRSEL İFADELER

EŞİTLİK VE DENKLEM

4.ÜNİTE: SAYILAR VE İŞLEMLER

ORAN VE ORANTI

YÜZDELER

5.ÜNİTE: GEOMETRİ VE ÖLÇME

DOĞRULAR VE AÇILAR

ÇOKGENLER

ÇEMBER VE DAİRE

6.ÜNİTE: VERİ İŞLEME, GEOMETRİ VE ÖLÇME

VERİ ANALİZİ

CİSİMLERİN FARKLI YÖNLLERDEN GÖRÜNÜMLERİ

1. ÜNİTE

SAYILAR VE İŞLEMLER

ÜNİTE KONUSU

► **TAM SAYILARLA İŞLEMLER**

1. ÜNİTE

TAM SAYILARLA İŞLEMLER

NELER ÖĞRENECEĞİZ ?

Bu üniteyi tamamladığınızda;

- Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yapmayı, ilgili problemleri çözmeyi,
- Toplama işleminin özelliklerini akıcı işlem yapmak için birer strateji olarak kullanmayı,
- Tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini yapmayı,
- Tam sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade etmeyi,
- Tam sayılarla işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözmeyi öğreneceksiniz.

ANAHTAR KAVRAMLAR

- etkisiz eleman
- ters eleman
- yutan eleman
- dağılma özelliği

TAM SAYILARLA İŞLEMLER

Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemi

Bir dağcı birinci gün 258 m tırmanış yapıyor ve dağda kamp kuruyor. İkinci gün kamp alanından 315 m daha yukarı tırmanarak dağın zirvesine ulaşıyor.

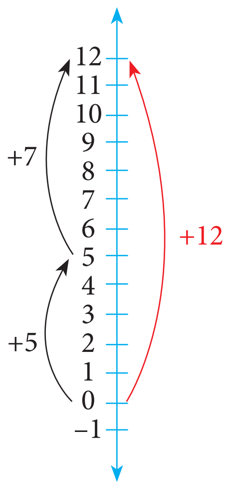
Dağın yüksekliğini tam sayılar ile nasıl yazarsınız?

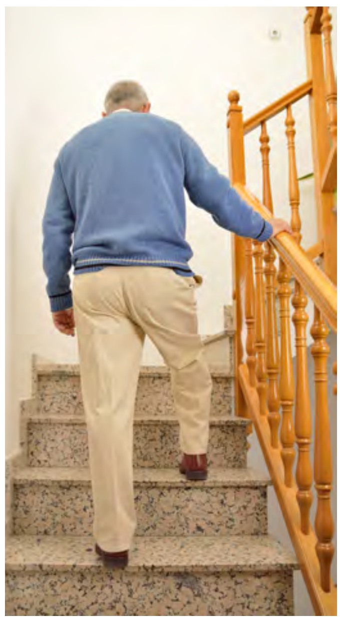
Örnek

Ahmet Amca, apartmanın merdivenlerini çıkarken 5. basamakta dinleniyor. Daha sonra 7 basamak daha çıkarak dairesine ulaşıyor.

Ahmet Amca'nın toplam kaç basamak merdiven çıktığını bulalım.

Çözüm





Ahmet Amca'nın ilk çıktığı 5 basamağı +5 ile dinlendikten sonra çıktığı 7 basamağı +7 ile gösterelim. Toplam basamak sayısı;

$(+5) + (+7) = +12$ olur.

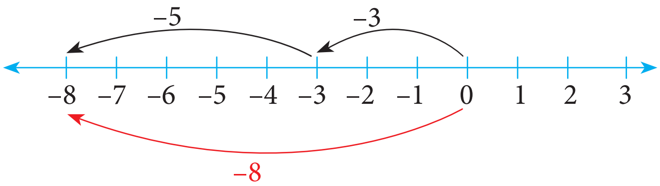
Örnek

Bir dalgıç deniz seviyesinin 3 m altına dalarak midye topluyor. Daha sonra buradan 2 m daha derine dalarak midye toplamaya devam ediyor.

Dalgıcın ulaştığı en son derinliği bulalım.

Çözüm

Deniz seviyesinin altında 3 m derinliği –3 ile 5 m derinliği –5 ile gösterelim.



Dalgıcın ulaştığı en son derinlik (–3) + (–5) = –8 olur.

BİLGİ KUTUSU

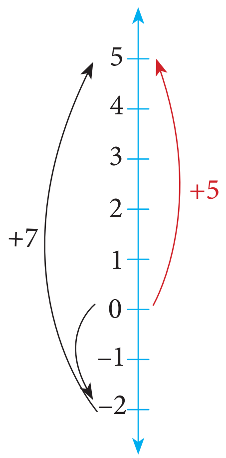
Aynı işaretli tam sayılarla toplama işlemi yapılırken sayıların mutlak değerleri toplanır. Sonuca ortak işaret yazılır.

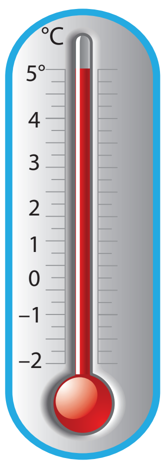
Örnek

Gece sıcaklığının – 2 °C (Derece Celcius (Selsiyus)) olduğu bir günde, gündüz sıcaklığının gece sıcaklığından +7 °C daha fazla olacağı beklenmektedir.

Buna göre gündüz sıcaklığını bulalım.

Çözüm





Gündüz sıcaklığı (– 2) + (+ 7) = +5 °C olur.

Örnek

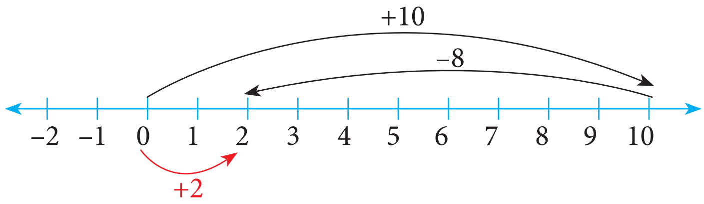
(+10) + (– 8) **işlemini;**

a. **Sayı doğrusu üzerinde göstererek,**

b. **Sayma pulları ile modelleyerek çözelim.**

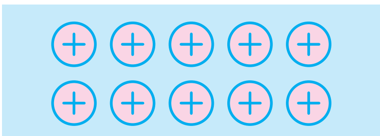
Çözüm

a. İşlemi sayı doğrusu üzerinde gösterelim.

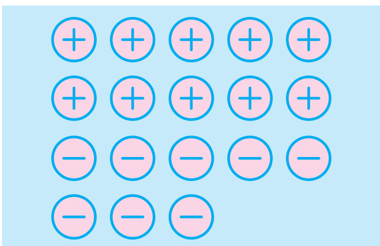


(+10) + (– 8) = +2 olur.

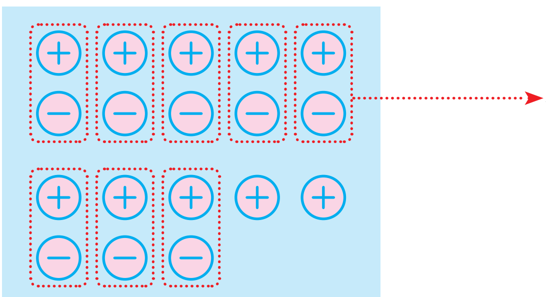
b. İşlemi sayma pulları ile modelleyelim. Önce panoya 10 tane ⊕ sayma pulu yerleştirelim.



İşlemde bizden 8 tane ⊖ sayma pulunu panoya eklememiz isteniyor.

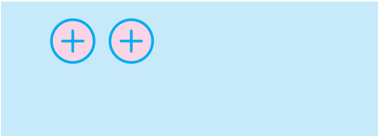


Şimdi sıfır çifti oluşturan pulları belirleyelim.



Sıfır çifti oluşturan pullar.

Sıfır çifti oluşturan pulları panonun dışına çıkaralım.



Sonuç olarak panoda 2 tane ⊕ sayma pulu kalır.

(+10) + (– 8) = +2 olur.

BİLGİ KUTUSU

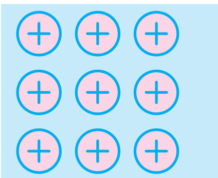
Zıt işaretli tam sayılarla toplama işlemi yapılırken sayıların mutlak değerlerinin farkı alınır. Sonuca mutlak değerce büyük olan sayının işareti yazılır.

Örnek

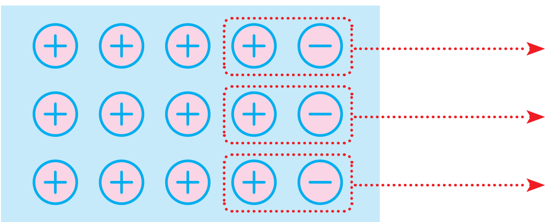
(+9) – (–3) **işlemini sayma pulları ile modelleyerek çözelim.**

Çözüm

+9 için panoya 9 tane ⊕ pulu yerleştirelim.

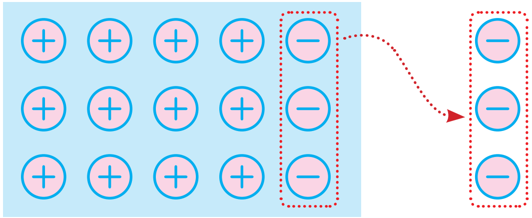


Bizden 3 tane ⊖ sayma pulunu panodan çıkarmamız isteniyor. Panoda ⊖ sayma pulu olmadığı için 3 tane ⊖ sayma pulu ekleriz. Başlangıçtaki durumu değiştirmemek için panoya ekleyeceğimiz ⊖ sayma pulu kadar da ⊕ sayma pulu ekleyerek sıfır çiftleri oluşturmalıyız.

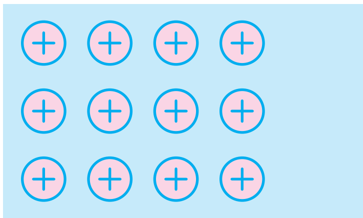


Sıfır çifti oluşturan pullar.

Panodan çıkarmamız istenen 3 tane ⊖ sayma pulunu çıkaralım.



Sonuç olarak panoda 12 tane ⊕ sayma pulu kalır.



İşlemin sonucu (+9) – (–3) = +12 olur.

(+9) – (–3) = +12 işleminde; eksilen, çıkanın ters işaretlisi ile toplanırsa aynı sonuç bulunur.

(+9) – (–3) = (+9) + (+3) = +12 olur.

Eksilen   Çıkan   Çıkanın ters işaretlisi

Örnek

Ankara'da Pazar günü gece sıcaklığı –10 °C, gündüz sıcaklığı +7 °C'dir.

Buna göre gece ve gündüz sıcaklığı arasındaki farkın kaç °C olduğunu bulalım.

Çözüm

Gece ile gündüz sıcaklığı arasındaki fark,

(–10) – (+7) = (–10) + (–7) = –17 °C olur.

BİLGİ KUTUSU

Tam sayılarla çıkarma işlemi yapılırken eksilen, çıkanın ters işaretlisi ile toplanır.

Toplama İşleminin Özellikleri

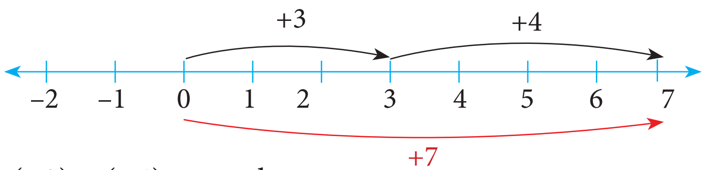
Yandaki işlemi inceleyiniz. İşleminin sonucunu kaç farklı şekilde bulabiliriz? Düşünelim.

$+5 + (+7) + (-5) = ?$

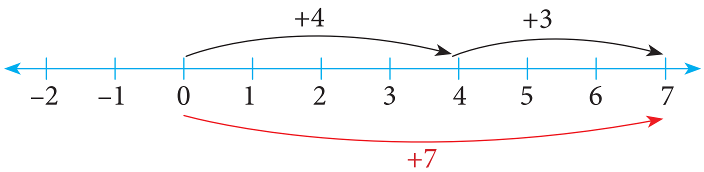
Örnek

$(+3) + (+4)$ ve $(+4) + (+3)$ **işlemlerini sayı doğrusu üzerinde göstererek çözelim. Sonuçları karşılaştıralım.**

Çözüm



$(+3) + (+4) = +7$ olur.



$(+4) + (+3) = +7$ olur.

Yukarıdaki işlemleri incelendiğimizde, tam sayılarla toplama işlemi yapılırken toplananların yeri değiştiğinde işlem sonucunun değişmediğini görürüz.

BİLGİ KUTUSU

Tam sayılar kümesinde toplama işlemi yapılırken toplananların yeri değiştiğinde toplam değişmez. Bu özelliğe **toplama işleminin değişme özelliği** denir.

Örnek

$(-13) + (-7) + (-28)$ **işlemini, toplananları farklı ikişerli gruplar yaparak çözelim. Sonuçları karşılaştıralım.**

Çözüm

Önce (-13) ve (-7)'yi gruplayarak işlem yapalım.

$$\begin{aligned}(-13) + (-7) + (-28) &= [(-13) + (-7)] + (-28)\\ &= (-20) + (-28)\\ &= -48 \text{ olur.}\end{aligned}$$

Şimdi (−7) ve (−28)'i gruplayarak işlem yapalım.

$(-13) + (-7) + (-28) = (-13) + [(-7) + (-28)]$

$= (-13) + (-35)$

$= -48$ olur.

Sonuçları incelediğimizde $[(-13) + (-7)] + (-28) = (-13) + [(-7) + (-28)]$ olduğunu görürüz.

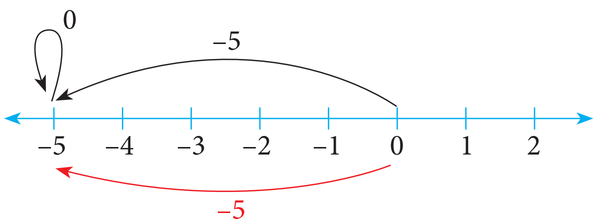
BİLGİ KUTUSU

İkiden fazla tam sayı ile toplama işlemi yapılırken, toplanan terimlerin gruplamasını değiştirmek toplamı değiştirmez. Bu özelliğe **toplama işleminin birleşme özelliği** denir.

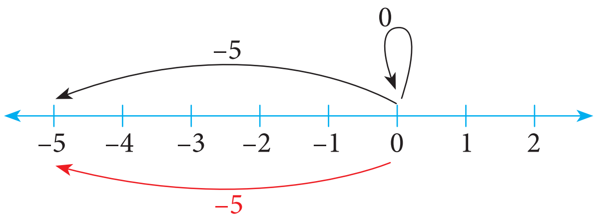
Örnek

(−5) + 0 **ve** 0 + (−5) **işlemlerini sayı doğrusu üzerinde göstererek çözelim.**

Çözüm



$(-5) + 0 = -5$ olur.



$0 + (-5) = -5$ olur.

Sayı doğrusunda yapılan işlemlerde görüldüğü gibi bir tam sayının sıfır ile toplamı yine kendisine eşittir.

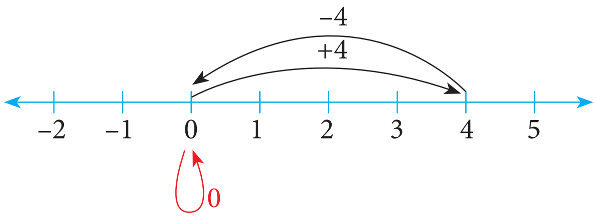
BİLGİ KUTUSU

Bir tam sayının 0 ile toplamı yine kendisine eşittir. Tam sayılar kümesinde **0 (sıfır)** sayısına toplama işleminin **etkisiz (birim) elemanı** denir.

Örnek

(+4) + (−4) **işlemini sayı doğrusu üzerinde göstererek çözelim.**

Çözüm



(+4) + (−4) = 0 olur.

Mutlak değerleri aynı, işaretleri farklı iki tam sayının toplamı sıfırdır.

BİLGİ KUTUSU

- Mutlak değerleri aynı, işaretleri farklı iki tam sayının toplamı sıfırdır. Toplamları sıfır olan iki tam sayıya toplama işlemine göre birbirinin **ters elemanı** denir.
- Toplama işlemine göre birbirinin tersi iki tam sayının toplamı, toplama işleminin etkisiz elemanıdır.

Örnek

8 + (−6) + (−8) **işlemini çözelim**.

Çözüm

1. Yol: Birleşme özelliğini kullanarak ilk iki toplananı gruplandıralım.

$$8 + (-6) + (-8) = [8 + (-6)] + (-8)$$
$$= 2 + (-8)$$
$$= -6 \text{ olur.}$$

2. Yol: Tam sayılar kümesinde mutlak değerleri aynı işaretleri farklı sayılar birbirinin ters elemanıdır. Birbirinin tersi olan sayıların toplamı 0'dır. Bu özelliği kullanmak için değişme özelliğinden yararlanarak (−6) ile (−8) sayılarının yerini değiştirelim.

$$8 + (-6) + (-8) = \underbrace{8 + (-8)} + (-6)$$
$$= 0 + (-6)$$
$$= -6 \text{ olur.}$$

Örnek

(–12) + (–7) + (+12) + (+7) **işlemini çözelim.**

Çözüm

1. Yol: Birleşme özelliğini kullanarak aynı işaretli sayıları gruplandıralım.

$$\begin{aligned}(-12) + (-7) + (+12) + (+7) &= [(-12) + (-7)] + [(+12) + (+7)] \\ &= (-19) + (+19) \\ &= 0 \text{ olur.}\end{aligned}$$

2. Yol: Toplama işlemine göre birbirinin tersi olan tam sayıları değişme özelliğini kullanarak gruplandıralım.

$$\begin{aligned}(-12) + (-7) + (+12) + (+7) &= \underbrace{(-12) + (+12)}_{0} + \underbrace{(-7) + (+7)}_{0} \\ &= 0 \text{ olur.}\end{aligned}$$

Örnek

(–36) + (+8) = (+8) + ▲ **eşitliğinde ▲ yerine gelecek tam sayıyı bulalım.**

Çözüm

$$(-36) + (+8) = (+8) + \blacktriangle$$

Eşitliğin sağlanması için ▲ yerine +36 yazılmalıdır.

Örnek

■ + (+13) = 0 **eşitliğinde ■ yerine gelecek tam sayıyı bulalım.**

Çözüm

İki tam sayının toplamının sıfır olması için bu sayıların mutlak değerleri eşit, işaretleri farklı olmalıdır. Toplananlardan bir tanesi +13 ise diğeri –13 olmalıdır. Bu nedenle ■ yerine –13 yazılmalıdır.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki işlemleri çözünüz.

a. (+6) + (+41) **b.** (–14) + (–13)

c. (+26) + (–11) **ç.** (+8) + (–21)

d. (–45) + (+9) **e.** (–23) + (+35)

2. En küçük pozitif tam sayı ile en büyük negatif tamsayının toplamını bulunuz.

3. Tablolarda verilen toplama ve çıkarma işlemlerini yaparak boşlukları doldurunuz.

+	+5	–8	+11	–23	+36
–7					
+10					
–12			–1		
+25					
–42					

–	–6	+9	–17	+24	–43
+1					
–4		–13			
+10					
–21					
+50					

4. Derya bir alışveriş merkezinin otoparkına aracını park ettikten sonra giriş katından asansöre biniyor ve 4 kat yukarı çıkıyor. Alışverişini tamamladıktan sonra bulunduğu kattan 6 kat aşağı otoparka iniyor.

Buna göre Derya’nın aracının kaçıncı katta olduğunu bulunuz.

5. Ahmet 900 lira borcunun 600 lirasını ödüyor.

Ahmet’in kalan borcu kaç liradır?

6. **Aşağıdaki işlemlerde ■ yerine gelecek sayıları bulunuz.**

a. $(+7) + (-41) = ■ + (+7)$

b. $[(-1) + (-13)] + (+2) = ■ + [(-13) + (+2)]$

c. $(-3) + ■ = 0$

ç. $(+6) + [(-18) + (+7)] = (+7) + [(+6) + ■]$

7. **Aşağıdaki ifadelerden doğru olanın başına** "D" **yanlış olanın başına** "Y" **yazınız.**

( ) Toplama işleminin etkisiz elemanı 1'dir.

( ) Toplananların yeri değiştirildiğinde toplam değişmez.

( ) Toplama işlemine göre bir sayının tersi, o sayının ters işaretlisidir.

( ) Bir sayının 0 ile toplamı o sayının kendisidir.

( ) Bir sayı ile bu sayının toplama işlemine göre tersi toplandığında toplam 0 olur.

8. +12 sayısının toplama işlemine göre tersi ■ ve –3 sayısının toplama işlemine göre tersi ▲ dir.

Buna göre ■ – ▲ işleminin sonucu kaçtır?

9. **Aşağıdaki işlemleri toplama işleminin özelliklerinden yararlanarak yapınız.**

a. $(-3) + (+5) + (+3)$

b. $[(-9) + (+16)] + [(+9) + (-16)]$

c. $(-34) + |-34|$

ç. $(-12) + (+5) + (+7)$

10. $[(-6) + (+19)] + a = (-6) + [\ b + (-8)]$ **olduğuna göre a + b kaçtır?**

Tam Sayılarla Çarpma İşlemi

Dört arkadaş paralarını birleştirerek bir futbol topu alıyor. Her bir çocuk 5 lira veriyor.

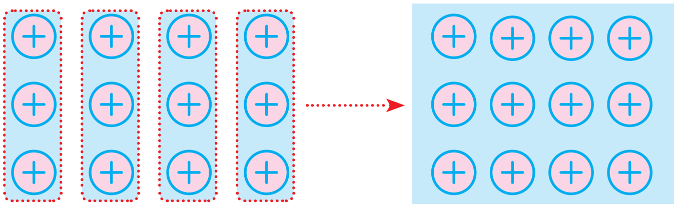
Futbol topunun fiyatını toplama işlemi dışında hangi işlemi yaparak bulursunuz?

Örnek

(+4) . (+3) **işlemini sayma pulları ile modelleyerek çözelim.**

Çözüm

Tam sayılarla çarpma işleminde, birinci çarpan kaç tane grup olduğunu, ikinci çarpan ise grupta kaç sayı olduğunu gösterir. (+4) . (+3) işleminde (+4) grup sayısını, (+3) ise grupta kaç sayı olduğunu gösterir. O hâlde panoya 4 tane üçerli sayma pulu yerleştirelim.



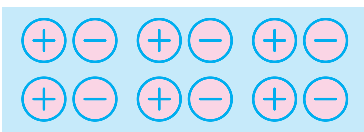
(+3) + (+3) + (+3) + (+3) = +12

Örnek

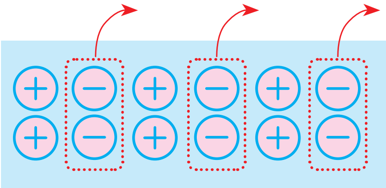
(–3) . (–2) **işlemini sayma pulları ile modelleyerek çözelim.**

Çözüm

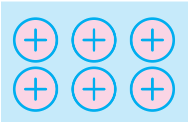
(–3) . (–2) işlemi için panodan 3 tane ikili  sayma pulu çıkarmamız gerekiyor. Bunun için önce panoda 3 tane ikili sıfır çifti oluşturalım.



Şimdi panodan 3 tane ikili  sayma pulu çıkaralım.



Sonuç olarak panoda 6 tane  sayma pulu kalır.



(−3) . (−2) = +6 olur.

BİLGİ KUTUSU

Aynı işaretli iki tam sayı çarpıldığında çarpım, pozitif (+) tam sayıdır.

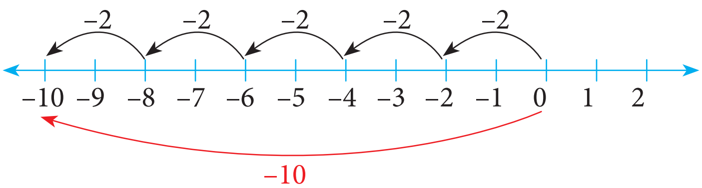
Örnek

(+5) . (−2) **işlemini sayı doğrusu üzerinde göstererek çözelim.**

Çözüm

Tam sayılarla çarpma işlemi sayı doğrusunda gösterilirken, sayılar aynı işaretli ise ilerleme sıfırdan sağa doğru, zıt işaretli ise ilerleme sıfırdan sola doğru yapılır. Sayma pulları ile modelleme de olduğu gibi birinci çarpan grup sayısını, ikinci çarpan ise grubun kaç birimlik olduğunu gösterir.

(+5) . (−2) işleminde birinci çarpan (+5) beş grup yapılacağını, ikinci çarpan (−2) grupların ikişer birim ilerletileceğini gösterir. Çarpanların işaretleri farklı olduğu için ilerleme sola doğru olmalıdır.



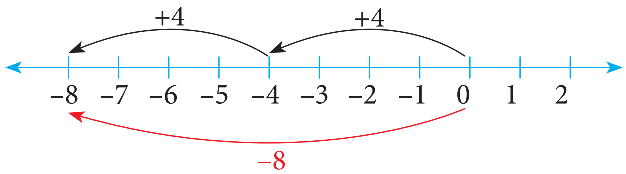
(+5) . (−2) = −10 olur.

Örnek

(–2) . (+4) **işlemini sayı doğrusu üzerinde göstererek çözelim.**

Çözüm

Çarpanlar zıt işaretli olduğu için ilerleme sola doğru yapılır. 2 tane 4 birimlik grubu sola doğru ilerletelim.



(–2) . (+4) = –8 olur.

BİLGİ KUTUSU

Zıt işaretli iki tamsayı çarpıldığında çarpım, negatif (–) tam sayıdır.

Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerini çözelim.

a. (–7) . (+4)
b. (+9) . (–12)
c. (–8) . (–15)
ç. (+32) . (+5)
d. (–6) . 4
e. 13. (–3)

Çözüm

a. Çarpanların işaretleri farklı olduğu için çarpım, negatif tam sayıdır.
(–7) . (+4) = –28 olur.

b. (+9) . (–12) = –108’dir.

c. Çarpanların işaretleri aynı olduğu için çarpım, pozitif tam sayıdır.
(–8) . (–15) = +120 olur.

ç. (+32) . (+5) = +160’tır.

d. (–6) . 4 işleminde 4 sayısının solunda işaret verilmemiştir. Bir tam sayının solunda işareti yoksa bu sayı pozitif tam sayıdır.
(–6) . 4= –24 olur.

e. 13. (–3) = –39’dur.

Çarpma İşleminin Özellikleri

Tam sayılar kümesinde toplama işleminde olduğu gibi çarpma işleminin de işlem özellikleri olup olmadığını araştırınız.

(+5) . 0 = ?

Örnek

+5 ile –3 sayılarının çarpımını bulalım.

Çözüm

Önce birinci çarpan olarak +5'i alalım.

(+5) . (–3) = –15 olur.

Şimdi de birinci çarpan olarak –3'ü alalım.

(–3) . (+5) = –15 olur.

Sonuçlar karşılaştırıldığında çarpma işleminde çarpanların yeri değiştirildiğinde sonucun değişmediğini görürüz.

BİLGİ KUTUSU

Tam sayılar kümesindeki çarpma işleminde, çarpanların yeri değiştiğinde çarpım değişmez. Bu özelliğe **çarpma işleminin değişme özelliği** denir.

Örnek

(–3) . (–7) . (+2) **işlemini çarpanları farklı ikişerli gruplar yaparak çözelim. Sonuçları karşılaştıralım.**

Çözüm

Önce (–3) ve (–7)'yi gruplayarak işlem yapalım.

(–3) . (–7) . (+2) = [(–3) . (–7)] . (+2)

= (+21) . (+2) = +42 olur.

Şimdi (–7) ve (+2)'yi gruplayarak işlem yapalım.

(–3) . (–7) . (+2) = (–3) . [(–7) . (+2)]

= (–3) . (–14) = +42 olur.

Sonuçları incelediğimizde [(–3) . (–7)] . (+2) = (–3) . [(–7) . (+2)] olduğunu görürüz.

BİLGİ KUTUSU

İkiden fazla tam sayı ile çarpma işlemi yapılırken çarpanların gruplamasını değiştirmek çarpımı değiştirmez. Bu özelliğe **çarpma işleminin birleşme özelliği** denir.

Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerini çözelim.

a. (−8) . (+1) **b.** (+1) . (−8)

Çözüm

a. (−8) . (+1) = −8 olur. **b.** (+1) . (−8) = −8 olur.

Yapılan işlemlerden görüldüğü gibi bir tam sayının +1 ile çarpımı yine kendisine eşittir.

BİLGİ KUTUSU

Bir tam sayının +1 ile çarpımı yine kendisine eşittir. Tam sayılar kümesinde **+1 (bir)** sayısına **çarpma işleminin etkisiz (birim) elemanı** denir.

Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerini çözelim.

a. (−9) . (−1) **b.** (+17) . (−1)

Çözüm

a. (−9) . (−1)= +9’dur. **b.** (+17) . (−1) = −17’dur.

Yapılan işlemlerde görüldüğü gibi bir tam sayının −1 ile çarpımı o sayının ters işaretlisine eşittir.

BİLGİ KUTUSU

Bir tam sayının –1 ile çarpımı o sayının ters işaretlisine eşittir.

Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a. (+16) . 0 **b.** 0 . (+16)

Çözüm

a. (+16) . 0 = 0 olur. **b.** 0 . (+16) = 0 olur.

Yapılan işlemlerde görüldüğü gibi bir tam sayının 0 ile çarpımı 0'a eşittir.

BİLGİ KUTUSU

Bir tam sayının 0 ile çarpımı 0'a eşittir. Tam sayılar kümesinde **0 (sıfır)** sayısına **çarpma işleminin yutan elemanı** denir.

Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerini farklı yöntemlerle çözelim. Sonuçları karşılaştıralım.

a. (–5) .[(+3) + (–7)]

b. [(–4) – (+8)] . (+2)

Çözüm

a. (–5) . [(+3) + (–7)] işlemini iki farklı yoldan çözelim.

1. Yol: Önce köşeli parantez içindeki toplama işlemini sonra çarpma işlemini yapalım.

(–5) . [(+3) + (–7)] = (–5) . (–4)

= +20 olur.

2. Yol: (–5) sayısını köşeli parantez içindeki sayılarla çarpalım. Sonra toplama işlemini yapalım.

$(-5)\,.[(+3)+(-7)] = [(-5)\,.(+3)] + [(-5)\,.\,(-7)]$

$= (-15) + (+35)$

$= +20$ olur.

Her iki çözüm yolunda sonuçların aynı olduğunu görürüz.

b. [(–4) –(+8)] . (+2) işlemini iki farklı yoldan çözelim.

1. Yol: Önce köşeli parantez içindeki çıkarma işlemini sonra çarpma işlemini yapalım.

$[(-4)-(+8)]\,.\,(+2) = [(-4)+(-8)]\,.\,(+2)$

$= (-12)\,.\,(+2)$

$= -24$ olur.

2. Yol: (+2) sayısını köşeli parantez içindeki sayılarla çarpalım. Sonra çıkarma işlemini yapalım.

$[(-4)-(+8)]\,.\,(+2) = (-4)\,.\,(+2) - (+8)\,.\,(+2)$

$= (-8) - (+16)$

$= (-8) + (-16)$

$= -24$ olur.

Her iki çözüm yolunda sonuçların aynı olduğunu görürüz.

BİLGİ KUTUSU

Tam sayılar kümesinde çarpma işlemi yapılırken, birinci çarpan, parantez içindeki toplama/çıkarma işlemlerinde yer alan sayıların her biri ile çarpılır. Buna **çarpma işleminin toplama/çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği** denir.

Örnek

[5 . (−3)] + (−8) **işleminin sonucunu bulalım.**

Çözüm

Önce köşeli parantez içindeki çarpma işlemini yapalım. Sonra toplama işlemini yapalım.

$$[5 \cdot (-3)] + (-8) = (-15) + (-8)$$
$$= -23 \text{ olur.}$$

Örnek

[(+5) + (−6)] + [(−7) − 6] . (−2) **işleminin sonucunu bulalım.**

Çözüm

$$[\underbrace{(+5) + (-6)}_{-1}] + [\underbrace{(-7) - 6}_{-13}] \cdot (-2) = (-1) + (-13) \cdot (-2)$$
$$= (-1) + (+26)$$
$$= +25 \text{ olur.}$$

Örnek

[(−4) . (−3) + (−6)] − (−8) . (+2) − (−3) **işleminin sonucunu bulalım.**

Çözüm

$$[\underbrace{(-4) \cdot (-3)}_{+12} + (-6)] - \underbrace{(-8) \cdot (+2)}_{-16} - (-3) = [(+12) + (-6)] - (-16) - (-3)$$
$$= (+6) + (+16) + (+3)$$
$$= (+22) + (+3)$$
$$= +25 \text{ olur.}$$

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki işlemleri çözünüz.

a. $(+7) . (+13)$ **b.** $(-8) . (-9)$ **c.** $6 . (-1)$

ç. $(+8) . (-21)$ **d.** $(-45) . 0$ **e.** $(-23) . 1$

2. 12 tane –2'nin toplamı kaçtır?

3. Aşağıdaki eşitliklerde ■ yerine gelecek sayıları bulunuz.

a. $(+8) . (-23) =$ ■ $. (+8)$ **b.** $[(-7) . (-3)] . (+5) =$ ■ $. [(-3) . (+5)]$

c. $(-5) .$ ■ $= 0$ **ç.** $(+6) .$ ■ $= -6$

4. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanın başına "D" **yanlış olanın başına** "Y" **yazınız.**

( ) Çarpma işleminin etkisiz elemanı 1'dir.

( ) Çarpanların yeri değiştirildiğinde çarpım değişir.

( ) Bir sayının –1 ile çarpımı o sayının ters işaretlisidir.

( ) Bir sayının 0 ile çarpımı o sayının kendisidir.

( ) Bir sayı ile bu sayının ters işaretlisi çarpıldığında çarpım 0 olur.

5. $(-3) . 9 + (-12)$ **işleminin sonucunu bulunuz.**

6. $6 + (-17) - (-4) . (-8)$ **işleminin sonucunu bulunuz.**

7. $[(-4) - (+2) . (-7)] . (-3)$ **işleminin sonucunu bulunuz.**

8. Tabloda verilen çarpma işlemlerini yaparak boşlukları doldurunuz.

•	+7	–19	+25	–43	+56
–1					
0					
+1					

Tam Sayılarla Bölme İşlemi

Mehmet Bey, bahçesine 300 m derinliğinde bir su kuyusu açtırıyor. Kuyuyu açan sondaj makinası her gün eşit mesafe kazı yaparak 5 günde işi tamamlıyor.

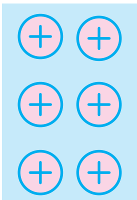
Sondaj makinasının bir günde kazdığı derinliği hangi işlem ile bulursunuz?

Örnek

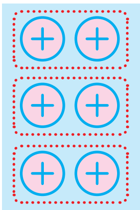
(+6) ÷ (+2) **işlemini sayma pulları ile modelleyerek çözelim.**

Çözüm

Önce 6 tane (+) sayma pulunu panoya yerleştirelim.



Şimdi panodaki sayma pullarını ikişerli grup yapalım.



3 tane grup oluştu.

Panoda 3 tane ikişerli (+) sayma pulu grubu oluştuğu için (+6) ÷ (+2) = +3 olur.

Örnek

(–18) ÷ (–3) **işlemini çözelim.**

Çözüm

(–18) ÷ (–3) = ■ olsun.

Bölünen Bölen Bölüm

Doğal sayılarda olduğu gibi tamsayılarda da Bölünen = Bölen . Bölüm eşitliğini yazabiliriz.

Buna göre (–18) = (–3) . ■ olur.

"–3 sayısını kaç ile çarparsak –18 olur ?" sorusunu cevapladığımızda ■ yerine yazılacak sayıyı yani verilen sorudaki bölümü bulmuş oluruz.

(–3) . ■ = –18 işleminde sonuç negatif (–) olduğuna göre çarpanlar zıt işaretlidir. Çarpanlardan biri –3 olduğuna göre sonucun –18 olması için diğer çarpan +6 olmalıdır.

Buna göre ■ = +6'dır.

(–18) ÷ (–3) = ■ olduğundan (–18) ÷ (–3) = +6 olur.

BİLGİ KUTUSU

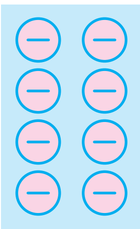
Aynı işaretli iki tam sayı birbirine bölündüğünde bölüm, pozitif (+) bir sayıdır.

Örnek

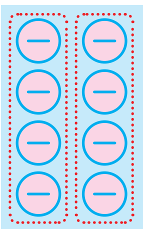
(–8) ÷ (+4) **işlemini sayma pulları ile modelleyerek çözelim.**

Çözüm

Önce panoya 8 tane $\ominus$ sayma pulu yerleştirelim.



Bölen +4 olduğu için panodaki sayma pullarını dörderli gruplayalım.



2 tane grup oluşur.

Panoda $\ominus$ sayma pullarından 2 tane dörderli grup oluşur.

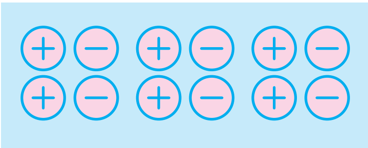
(–8) ÷ (+4) = –2 olur.

Örnek

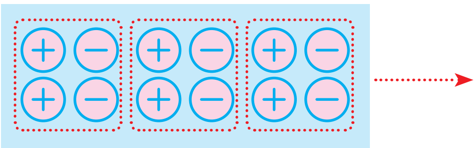
(+6) ÷ (–2) **işlemini sayma pulları ile modelleyerek çözelim.**

Çözüm

(+6) ÷ (–2) işlemi ile panodaki sayma pullarını ikişerli – sayma pulu olarak gruplamamız isteniyor. Bu nedenle panoya 6 tane sıfır çifti olacak şekilde sayma pulları yerleştirelim.

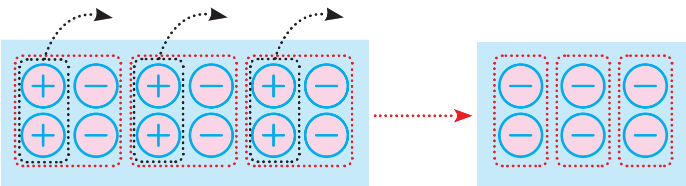


Şimdi sayma pulu çiftlerini ikişerli gruplayalım.



3 tane grup oluşur.

Bölen (–2) olduğu için oluşan 3 tane grup içerisindeki + sayma pullarını dışarı atalım.



Panoda – sayma pullarından 3 tane ikişerli grup oluşur.

(+6) ÷ (–2) = –3 olur.

BİLGİ KUTUSU

Zıt işaretli iki tamsayı birbirine bölündüğünde bölüm, negatif (–) bir sayıdır.

Örnek

Aşağıdaki işlemleri çözelim.

a. $(-25) \div (+1)$ **b.** $(+13) \div (+1)$

c. $(-8) \div (-1)$ **ç.** $(+32) \div (-1)$

Çözüm

a. $(-25) \div (+1) = -25$

b. $(+13) \div (+1) = +13$

Bir tam sayının +1'e bölümü o sayının kendisine eşittir.

c. $(-8) \div (-1) = +8$

ç. $(+32) \div (-1) = -32$

Bir tam sayının –1'e bölümü o sayının ters işaretlisine eşittir.

BİLGİ KUTUSU

Sıfırdan farklı bir tam sayının +1'e bölümü kendisine, –1'e bölümü ise o sayının ters işaretlisine eşittir.

Örnek

Aşağıdaki bölme işlemlerini çarpma işleminden yararlanarak çözelim.

a. $(+12) \div 0$ **b.** $(-9) \div 0$

Çözüm

a. $(+12) \div 0 =$ ▲ olsun.

Bölünen Bölen Bölüm

Bölünen = Bölen . Bölüm eşitliğinden $(+12) = 0$. ▲ olur.

Şimdi "0 ile hangi sayıyı çarparsak sonuç +12 olur?" sorusunu yanıtlamalıyız. Çarpma işleminin yutan elamanı 0 olduğu için her hangi bir tam sayının 0 ile çarpımı +12 olamaz. Yani ▲ yerine yazılacak bir tam sayı tanımlayamıyoruz. Bu nedenle ▲ ifadesini tanımlayamıyoruz.

Sonuç olarak $(+12) \div 0$ işleminin sonucu tanımsızdır.

b. $(-9) \div 0 = \blacktriangle$ olsun.

Bölünen Bölen Bölüm

Bölünen = Bölen . Bölüm eşitliğinden $(-9) = 0 \,.\, \blacktriangle$ olur.

Herhangi bir tam sayının 0 ile çarpımı –9 olamayacağı için ▲ ifadesini tanımlayamıyoruz.

Sonuç olarak $(-9) \div 0$ işleminin sonucu tanımsızdır.

BİLGİ KUTUSU

Bir tam sayının 0'a bölümü tanımsızdır.

Örnek

Aşağıdaki bölme işlemlerini çarpma işleminden yararlanarak çözelim.

a. $0 \div (+5)$ **b.** $0 \div (-7)$

Çözüm

a. $0 \div (+5) = \blacktriangle$ olsun.

Bölünen Bölen Bölüm

Bölünen = Bölen . Bölüm eşitliğinden $0 = (+5) \,.\, \blacktriangle$ olur.

Şimdi "+5 ile hangi sayıyı çarparsak sonuç 0 olur?" sorusunu yanıtlamalıyız. Çarpma işleminin yutan elamanı 0 olduğu için +5 ile 0'ın çarpımı 0 olur. Yani ▲ yerine gelecek sayı 0'dır.

$0 \div (+5) = \blacktriangle$ ise $0 \div (+5) = 0$ olur.

b. $0 \div (-7) = \blacktriangle$ olsun.

Bölünen Bölen Bölüm

Bölünen = Bölen . Bölüm eşitliğinden $0 =(-7) \,.\, \blacktriangle$ olur.

Çarpma işleminin yutan elamanı 0 olduğu için –7 ile 0'ın çarpımı 0'dır.

$0 \div (-7) = \blacktriangle$ ise $0 \div (-7) = 0$ olur.

BİLGİ KUTUSU

0'ın, pozitif ya da negatif bir tam sayıya bölümü 0'dır. 0'ın 0'a bölümü ise belirsizdir.

Örnek

$[(-24) \div (+4)] + (-5)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Önce köşeli parantez içindeki işlemi yapalım. Sonra toplama işlemini yapalım.

$$[\underbrace{(-24) \div (+4)}_{-6}] + (-5) = (-6) + (-5)$$
$$= -11$$

ALIŞTIRMALAR

1. **Aşağıdaki işlemleri çözünüz.**

a. $(+28) \div (+4)$ **b.** $(-32) \div (-8)$ **c.** $12 \div (-3)$

ç. $(-15) \div 5$ **d.** $12 \div (-1)$ **e.** $(-9) \div 1$

f. $0 \div (-4)$ **g.** $0 \div (+23)$

2. **Aşağıdaki eşitliklerde ▲ yerine gelecek sayıları bulunuz.**

a. $(+8) \div$ ▲ $= -2$ **b.** ▲ $\div 1 = -5$

c. ▲ $\div (+56) = 0$ **ç.** ▲ $\div (+3) = -1$

3. **Aşağıdaki ifadelerden doğru olanın başına** "D" **yanlış olanın başına** "Y" **yazınız.**

( ) Bölme işleminin değişme özelliği vardır.

( ) Sıfırdan farklı bir tam sayının +1'e bölümü sayının kendisine eşittir.

( ) Aynı işaretli iki tam sayının bölümünün işareti negatiftir.

( ) Bir tam sayının 0'a bölümü sıfırdır.

( ) Bir tam sayının kendisine bölümü +1'dir.

4. **Aşağıdaki işlemleri çözünüz.**

a. $(+8) \div 2 + (-15)$ **b.** $[(-24) \div (+2)] + (-5) . (+3)$

c. $(+3) - (-35) \div (-5)$ **ç.** $(11 + 2 . 7) \div (-5)$

d. $[+49 \div (-7)] - [(-3) . (+3) + 5]$ **e.** $[-4 . 9 - (-3)] + [5 \div (-1) . (+1)]$

f. $0 \div [+12 - 6 . (-3)]$

Tam Sayıların Kuvveti

Sessa (Sesa) isimli Brahman (din adamı) bugünkü ismi "satranç" olan Chaturanga (Çaturanga) isimli oyunu icat eder ve dönemin Hint kralına hediye olarak sunar. Kral oyunun uzunluğuna ve hamle çeşitliliğine hayran kalır. Brahman'ı ödüllendirmek için en çılgın isteğini söylemesini ister. Brahman; *"Bu 64 gözlü tablanın gözlerini dolduracak kadar buğday tanesi isterim. İlk karesine 1, ikinci karesine 2, üçüncü karesine 4, dördüncü karesine 8, beşinci karesine 16,...... Yani her kareye bir öncekinden iki kat fazla buğday tanesi koyarak doldurulmasını isterim hükümdarım."* der. Kral, Brahman'ın alçak gönüllülüğüne hayran kalır ve isteğinin yerine getirilmesini emreder ancak bu isteğin o kadar da basit bir istek olmadığı sonradan anlaşılır.

Siz de yukarıdaki açıklamadan hareketle 64 gözlü tablanın 10. gözünü dolduracak buğday tanesinin miktarını hesaplayınız.

Örnek

5 tane 2'nin çarpımını üslü sayı şeklinde yazalım.

Çözüm

$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ tane } 2} = 2^5$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Bir sayının kendisi ile tekrarlı çarpımına o sayının **kuvveti** denir. Tekrarlı çarpım işleminin sonucunu bulma işlemine ise **kuvvet alma işlemi** denir.

$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ tane } a} = a^n$

$n \rightarrow$ üs (kuvvet ya da derece)

$a \rightarrow$ taban

Örnek

(+6) . (+6) . (+6) . (+6) . (+6) . (+6) . (+6) . (+6) **işlemini üslü sayı olarak gösterelim.**

Çözüm

Verilen işlemde 8 tane (+6) çarpılıyor.

$\underbrace{(+6) . (+6) . (+6) . (+6) . (+6) . (+6) . (+6) . (+6)}_{8 \text{ tane } (+6)} = (+6)^8$ olur.

Örnek

(−3) . (−3) . (−3) . (−3) . (−3) . (−3) **işlemini üslü sayı olarak gösterelim.**

Çözüm

Verilen işlemde 6 tane (−3) çarpılıyor.

$\underbrace{(-3) . (-3) . (-3) . (-3) . (-3) . (-3)}_{6 \text{ tane } (-3)} = (-3)^6$ olur.

Örnek

(+2)'**nin kuvvetlerini** 5. **kuvvete kadar gösterelim.**

Çözüm

$(+2)^0 = +1$

$(+2)^1 = +2$

$(+2)^2 = (+2) . (+2) = +4$

$(+2)^3 = (+2) . (+2) . (+2) = +8$

$(+2)^4 = (+2) . (+2) . (+2) . (+2) = +16$

$(+2)^5 = (+2) . (+2) . (+2) . (+2) . (+2) = +32$

Pozitif tam sayılar +1, +2, +3, … şeklinde gösterildiği gibi 1, 2, 3, … şeklinde de gösterilir. Bu nedenle (+2) = 2 yazabiliriz.

$2^0 = 1$

$2^1 = 2$

$2^2 = 2 . 2 = 4$

$2^3 = 2 . 2 . 2 = 8$

$2^4 = 2 . 2 . 2 . 2 = 16$

$2^5 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 32$

BİLGİ KUTUSU

Pozitif tam sayıların doğal sayı kuvvetleri alındığında sonuç pozitif tam sayı olur.

Örnek

(-3)'**ün kuvvetlerini** 5. **kuvvete kadar gösterelim.**

Çözüm

$(-3)^0 = +1$

$(-3)^1 = -3$

$(-3)^2 = (-3) . (-3) = +9$

$(-3)^3 = (-3) . (-3) . (-3) = -27$

$(-3)^4 = (-3) . (-3) . (-3) . (-3) = +81$

$(-3)^5 = (-3) . (-3) . (-3) . (-3) . (-3) = -243$

Parantez kuvveti çift sayı olan negatif tam sayılarda sonuç pozitif tam sayıdır.

Parantez kuvvet tek sayı olan negatif tam sayılarda sonuç negatif tam sayıdır.

BİLGİ KUTUSU

Negatif tam sayıların parantez kuvvetleri aşağıdaki gibidir:

- Kuvvet çift sayı ise sonuç pozitif tam sayı,
- Kuvvet tek sayı ise sonuç negatif tam sayıdır.

Örnek

$(-2)^4$ ve -2^4 **ifadelerinin sonuçlarını karşılaştıralım.**

Çözüm

$(-2)^4$ ifadesinde kuvvet parantezin üzerinde olduğu için (-2) sayısını kuvvet kadar yazıp çarparız.

$(-2)^4 = (-2) . (-2) . (-2) . (-2) = +16$ olur.

-2^4 ifadesinde kuvvet sadece sayının üzerinde olduğu için sadece sayıyı kuvvet kadar yazıp çarparız.

$-2^4 = -2 . 2 . 2 . 2 = -16$ olur.

Bu nedenle $(-2)^4 \neq -2^4$ dir.

Örnek

Aşağıdaki işlemleri çözelim.

a. $(+1)^9$ **b.** $(+1)^8$ **c.** $(-1)^{12}$ **ç.** $(-1)^{11}$

d. 0^8 **e.** 10^8 **f.** $(+7)^1$ **g.** $(-5)^1$

Çözüm

a. Pozitif tam sayıların doğal sayı kuvvetleri pozitiftir.
$(+1)^9 = (+1) . (+1) . (+1) . (+1) . (+1) . (+1) . (+1) . (+1) . (+1) = +1$

b. $(+1)^8 = . (+1) . (+1) . (+1) . (+1) . (+1) . (+1) . (+1) . (+1) = +1$

c. Negatif tam sayıların çift sayı parantez kuvvetleri pozitiftir.
$(-1)^{12} = +1$

ç. Negatif tam sayıların tek sayı parantez kuvvetleri negatiftir.
$(-1)^{11} = -1$

d. Sıfırın sıfırıncı kuvveti hariç bütün kuvvetleri sıfırdır.
$0^8 = 0 . 0 . 0 . 0 . 0 . 0 . 0 . 0 = 0$

e. $10^8 = 10 . 10 . 10 . 10 . 10 . 10 . 10 . 10 = \underbrace{100000000}_{\text{8 tane sıfır}}$

f. $(+7)^1 = (+7) = +7 = 7$

g. $(-5)^1 = (-5) = -5$

BİLGİ KUTUSU

- $+1$'in tüm kuvvetleri $+1$'dir.
- -1'in çift kuvvetleri $+1$, tek kuvvetleri -1'dir.
- Sıfırın sıfırıncı kuvveti hariç, bütün kuvvetleri sıfırdır.
- 10'un doğal sayı kuvvetlerinde kuvvet kadar sıfır, 1'in sağına yazılır.
- Her tam sayının 1. kuvveti kendisine eşittir.
- Sıfır hariç her tam sayının sıfırıncı kuvveti 1'e eşittir.

Örnek

Aşağıdaki işlemleri çözelim.

a. $(-10)^4$ **b.** $(-10)^5$

Çözüm

a. $(-10)^4$ ifadesinde parantezin üzerindeki kuvvet çift sayı olduğu için sonuç pozitiftir.

$(-10)^4 = +10^4 = \underbrace{10000}_{\text{4 tane sıfır}}$ olur.

b. $(-10)^5$ ifadesinde parantezin üzerindeki kuvvet tek sayı olduğu için sonuç negatiftir.

$(-10)^5 = -10^5 = -\underbrace{100000}_{\text{5 tane sıfır}}$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Tam sayılarda işlem sırası aşağıdaki gibidir:

- En içteki parantez içinden işleme başlanır.
- Kuvvet alınır.
- Çarpma ve bölmeler yapılır.
- Toplama ve çıkarmalar yapılır.

Çarpma ve bölme aynı sırada verilmiş ise önce soldaki işlem yapılır.

Örnek

$[(+8) + (-10) \div 2] + [(-5) \cdot 6 - (-4)] \cdot (-2)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Bölme, toplama ve çıkarma işlemlerinin olduğu sorularda, köşeli parantez ile önce hangi işlemin yapılacağı belirtilmemiş ise öncelik bölme işlemindedir.

$$[(+8) + \underbrace{(-10) \div 2}_{-5}] + [\underbrace{(-5) \cdot 6}_{-30} - (-4)] \cdot (-2) = [(+8) + (-5)] + [(-30) - (-4)] \cdot (-2)$$

$$= (+3) + [(-30) + (+4)] \cdot (-2)$$

$$= (+3) + (-26) \cdot (-2)$$

$$= (+3) + (+52)$$

$$= +55$$

Örnek

$(-9) \div (+3) . (-2)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Bölme ve çarpma işlemi aynı soru içerisinde işlem önceliği belirtilmeden yer aldığından önce soldaki işlemi yaparız.

$$\underbrace{(-9) \div (+3)}_{-3} . (-2) = (-3) . (-2) = +6$$

Örnek

$(+6)^2 + (-2)^3$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Toplama ve kuvvet alma işleminin olduğu sorularda önce kuvvet alınır.

$$(+6)^2 + (-2)^3 = (+36) + (-8)$$

$$= +28$$

Örnek

$(-2)^4 . (+1)^5 - (-3)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$$(-2)^4 . (+1)^5 - (-3) = (+16) . (+1) - (-3)$$

$$= (+16) + (+3)$$

$$= +19$$

Örnek

$[(-12) . (-3) + (-35)] . 46$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$$[(-12) . (-3) + (-35)] . 46 = [(+36) + (-35)] . 46$$

$$= (+1) . 46$$

$$= +46$$

ALIŞTIRMALAR

1. **Aşağıdaki ifadeleri üslü sayı olarak yazınız.**

a. $(+7) . (+7) . (+7) . (+7) . (+7) . (+7)$

b. $(-8) . (-8) . (-8) . (-8)$

c. $(-1) . (-1) . (-1) . (-1) . (-1)$

ç. $(+10) . (+10) . (+10) . (+10) . (+10) . (+10) . (+10)$

d. $0 . 0 . 0 . 0 . 0 . 0 . 0 . 0 . 0 . 0$

2. **Aşağıdaki üslü ifadelerin sayı değerlerini bulunuz.**

a. $(+1)^{13}$ **b.** $(+1)^{7}$ **c.** $(-1)^{24}$ **ç.** $(-1)^{41}$

d. 0^{13} **e.** 10^{5} **f.** $(+6)^{1}$ **g.** $(-4)^{1}$

3. **Aşağıdaki üslü ifadelerin sayı değerlerini bulunuz.**

a. $(+2)^{3}$ **b.** $(+3)^{4}$ **c.** $(-5)^{2}$ **ç.** $(-6)^{3}$

d. $(-10)^{4}$ **e.** $(-10)^{5}$ **f.** $+4^{3}$ **g.** -5^{2}

4. **Aşağıdaki işlemleri çözünüz.**

a. $(+3)^2 + (-5)^2$ **b.** $(-2)^4 - 5^1$ **c.** $(-6)^2 . (-1)^{13}$

ç. $(-4)^3 \div (+2)^2$ **d.** $(-10)^4 \div (+10)^3$ **e.** $[(-7) + 4]^3$

5. $(+3)^3 + (-2) . (-8)$ **işlemini çözünüz.**

6. $[+5 - 3 . (+2)]^7$ **işlemini çözünüz.**

7. $2^3 . 1^5 \div 4 - (-7)$ **işlemini çözünüz.**

8. $[(+6) + (-3)^2 . (-1)] - [(-2)^4 - (-15)]^7$ **işlemini çözünüz.**

Tam Sayılarla Problemler

Tam sayılarla ilgili problemleri çözerken, problemi anlamak için öncelikle verilenler ile istenenleri belirleriz. Belirlediğimiz verilen ve istenenler doğrultusunda problemin çözümünü planlar daha sonra da problemin çözümüne geçeriz.

Problem

10 soruluk bir bilgi yarışmasında yarışmacılar her doğru soru için 10 puan kazanıyor, her yanlış soru için 5 puan kaybediyor. Berk bu yarışmadaki 10 sorunun 7 tanesini doğru, 3 tanesini yanlış cevaplıyor.

Buna göre Berk'in yarışma sonunda kaç puan aldığını bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Bilgi yarışmasında 10 soru var. Yarışmacı her doğru soru için 10 puan kazanıyor. Her yanlış cevap için 5 puan kaybediyor.

İstenenler: 7 doğru, 3 yanlış cevap veren Berk toplam kaç puan alır?

Çözümü Planlayalım

Doğru cevaplardan kazanılan puanı +10 ile yanlış cevaplardan kaybedilen puanı –5 ile gösterelim. Berk'in doğru cevap sayısı ile +10'u çarparak kazandığı puanı, yanlış cevap sayısı ile –5'i çarparak kaybettiği puanı bulalım. Daha sonra kazanılan puan ile kaybedilen puanı toplayarak yarışma sonunda aldığı puanı bulalım.

Problemi Çözelim

Kazanılan puan : $(+10) \cdot 7 = +70$'dir.

Kaybedilen puan : $(-5) \cdot 3 = -15$' tir.

Berk'in aldığı puan : $(+70) + (-15) = +55$ olur.

Problem

Hava durumu tahminlerine göre pazar günü İzmir'de sabah saatlerinde hava sıcaklığının +12 °C olacağı, öğlen 7 °C artacağı, gece ise öğlen sıcaklığından 9 °C azalacağı belirtiliyor.

Buna göre pazar günü sabah ile gece sıcaklıkları arasındaki farkın kaç °C olacağını bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Pazar günü sabah sıcaklık +12 °C olacak, öğlen 7 °C artacak, gece ise 9 °C azalacak.

İstenenler: Pazar günü gece ile gündüz sıcaklık farkı kaç °C'tur?

Çözümü Planlayalım

Sabah hava sıcaklığına 7 °C ekleyerek öğlen sıcaklığını bulalım. Bulduğumuz sonuçtan 9 °C çıkartarak gece sıcaklığını bulalım. Daha sonra sabah sıcaklığından gece sıcaklığını çıkaralım.

Problemi Çözelim

Öğlen sıcaklığı : $(+12) + 7 = +19$ °C

Gece sıcaklığı : $(+19) - 9 = +10$ °C

Sabah ile gece sıcaklık farkı : $(+12) - (+10) = +2$ °C olur.

Problem

Ayşen bir alışveriş merkezinin –2. katındaki otoparka aracını park ettikten sonra asansör ile 5 kat yukarı çıkarak yemek yiyor. Yemekten sonra 3 kat aşağı inerek alışveriş yapıyor.

Ayşen'in kaçıncı katta alışveriş yaptığını bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Ayşen alışveriş merkezinin –2. katındaki otoparka aracını park ediyor. Asansör ile 5 kat yukarı çıkıyor. Sonra 3 kat aşağı inip alışveriş yapıyor.

İstenenler: Ayşen alışverişi kaçıncı katta yapmıştır?

Çözümü Planlayalım

Ayşen'in yemek yediği katı bulmak için otopark katı olan –2 ile çıktığı kat olan +5'i toplayalım. Bulduğumuz yemek katı ile aşağı indiği kat olan –3'ü toplayarak alışveriş katını bulalım.

Problemi Çözelim

Ayşen'in yemek yediği kat : $(-2) + (+5) = +3$

Ayşen'in alışveriş yaptığı kat : $(+3) + (-3) = 0$. kattır.

PROBLEMLER

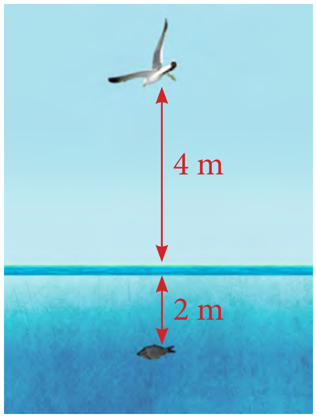
1. Ankara iline ait 5 günlük sıcaklıkları gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma
°C	–3	+5	–2	–6	+7

Tabloya göre 5 günün sonunda Ankara'da ortalama sıcaklık kaç °C'tur?

2. Deniz seviyesinin 4m üzerinde uçan bir martı, deniz seviyesinden 2m derinlikte yüzen bir balığı dalarak avlıyor.

Martı ile balık arasındaki uzaklığı bulunuz.



3. Bora –40 ile +30'un ortalamasını bulmak için sayıları toplayıp ikiye bölmek yerine sayıları toplayıp iki ile çarpıyor.

Bora'nın bulduğu sonuç ile gerçek sonuç arasındaki farkı bulunuz.

4. **İki basamaklı negatif <u>en büyük</u> tam sayı ile pozitif <u>en küçük</u> tamsayının toplamı kaçtır?**

5. Banka hesap ekstresinde hesaba yatan paralar pozitif tam sayılar ile hesaptan çıkan paralar ise negatif tam sayılar ile gösterilmektedir. Aybaşında Ahmet Bey'in hesabına 2350 TL maaşı yattıktan sonra hesabından 72 TL elektrik faturası ile 68 TL su faturası otomatik ödeme talimatı ile kesiliyor.

Buna göre Ahmet Bey'in hesabında kaç lirası kalır?

1. ÜNİTE ÖZETİ

TAM SAYILARLA İŞLEMLER

Tamsayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemi

- Aynı işaretli tam sayılarla toplama işlemi yapılırken sayıların mutlak değerleri toplanır. Sonuca ortak işaret yazılır.
- Zıt işaretli tam sayılarla toplama işlemi yapılırken sayıların mutlak değerlerinin farkı alınır. Sonuca mutlak değerce büyük olan sayının işareti yazılır.
- Tam sayılarla çıkarma işlemi yapılırken eksilen, çıkanın ters işaretlisi ile toplanır.
- Tam sayılar kümesinde toplama işleminin değişme ve birleşme özelliği vardır.
- Toplama işleminin etkisiz elemanı 0'dır.
- Toplama işlemine göre bir tam sayının tersi, o sayının zıt işaretlisidir.

Tamsayılarla Çarpma İşlemi

- Aynı işaretli iki tam sayı çarpıldığında, çarpım pozitif (+) tam sayıdır.
- Zıt işaretli iki tamsayı çarpıldığında, çarpım negatif (–) tam sayıdır.
- Tam sayılar kümesindeki çarpma işleminin değişme ve birleşme özelliği vardır.
- Çarpma işleminin etkisiz elemanı 1'dir.
- Bir tamsayının –1 ile çarpımı o sayının ters işaretlisine eşittir.
- Çarpma işleminin yutan elemanı 0'dır.
- Çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağıma özelliği vardır.

Tamsayılarla Bölme İşlemi

- Aynı işaretli iki tam sayı birbirine bölündüğünde bölüm, pozitif (+) bir sayıdır.
- Zıt işaretli iki tamsayı birbirine bölündüğünde bölüm, negatif (–) bir sayıdır.
- Sıfırdan farklı bir tam sayının +1'e bölümü kendisine, –1'e bölümü ise o sayının ters işaretlisine eşittir.
- Bir tam sayının 0'a bölümü tanımsızdır.
- 0'ın, pozitif ya da negatif bir tam sayıya bölümü 0'dır. 0'ın 0'a bölümü ise belirsizdir.

Tam Sayıların Kuvveti

- Bir sayının kendisi ile tekrarlı çarpımına o sayının**kuvveti** denir. Tekrarlı çarpım işleminin sonucunu bulma işlemine ise**kuvvet alma işlemi**denir. Tekrarlı çarpılan sayıya taban, tekrar sayısına **üs (kuvvet)** denir.
- Pozitif tam sayıların doğal sayı kuvvetleri alındığında sonuç pozitif tam sayı olur.
- Negatif tam sayıların parantez kuvvetleri aşağıdaki gibidir:

  1. Kuvvet çift sayı ise sonuç pozitif tam sayı,

  2. Kuvvet tek sayı ise sonuç negatif tam sayıdır.
- +1'in tüm kuvvetleri +1'dir.
- –1'in çift kuvvetleri +1, tek kuvvetleri –1'dir.
- Sıfırın sıfırıncı kuvveti hariç bütün kuvvetleri sıfırdır.
- 10'un doğal sayı kuvvetlerinde kuvvet kadar sıfır, 1'in sağına yazılır.
- Her tam sayının 1. kuvveti kendisine eşittir.
- Sıfır hariç her tam sayının sıfırıncı kuvveti 1'e eşittir.

Tamsayılarda İşlem Sırası

- Tam sayılarda işlem sırası aşağıdaki gibidir:

  1. En içteki parantez içinden işleme başlanır.

  2. Kuvvet alınır.

  3. Çarpma ve bölmeler yapılır.

  4. Toplama ve çıkarmalar yapılır.

  5. Çarpma ve bölme aynı sırada verilmiş ise önce soldaki işlem yapılır.

1.ÜNİTE
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. (+7) + (–18)

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –25 B) –11
C) +11 D) +25

2. –15'in toplama işlemine göre tersi ■, +5'in toplama işlemine göre tersi ise ▲ dir.

Buna göre ■ – ▲ işleminin sonucunu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –25 B) –10
C) +10 D) +20

3. [(–7) + (+23)] + a = (–7) + [b + (–5)]

olduğuna göre a + b kaçtır?

A) –18 B) –28
C) +18 D) +28

4. (–4) . (+15)

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –60 B) –40
C) +11 D) +60

5. **Tam sayılarda çarpma işleminin etkisiz elemanı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –1 B) 0
C) +1 D) +2

6. (+12) . ■ = –12

işleminde ■ yerine yazılacak sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) 0
C) +1 D) +12

7. (–43) . ■ = 0

işleminde ■ yerine yazılacak sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –43 B) 0
C) +1 D) +43

8. (–3) . 9 + (–12)

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) +9 B) –108
C) –115 D) –39

9. [(–3) – (+8) . (–1)] . (–1)

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) –3
C) –4 D) –5

10. (+24) ÷ ▲ = –6

işleminde ▲ yerine gelecek sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –4 B) –3
C) +3 D) +4

HAYAT BOYU ÖĞRENME

11. ▲ $\div 1 = -8$

işleminde ▲ yerine gelecek sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) +8 B) +1

C) –8 D) –1

12. $(+12) \div 3 + (-9)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –5 B) –4

C) –3 D) –2

13. $0 \div [+28 - 4 . (+4)]$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –12 B) 0

C) +1 D) +12

14. 6 . 6 . 6 . 6 . 6 . 6 . 6 . 6 . 6

çarpımının üslü sayı olarak yazımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6^8 B) 6^9

C) 9^6 D) 9^9

15. Aşağıdakilerden hangisinin sonucu negatif bir tam sayıdır?

A) $(+2)^3$ B) $(-2)^4$

C) -2^3 D) 2^5

16. 2^3 ifadesinde, taban ile üs yer değiştirirse sonuçtaki değişim ile ilgili ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 azalır B) Değişmez

C) 2 artar D) 1 artar

17. $(-1)^{45} + (-1)^{46} + (-1)^{47}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) 0

C) +1 D) +2

18. $(+2)^4 - (-2)^4 . (-1)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) +16 B) +32

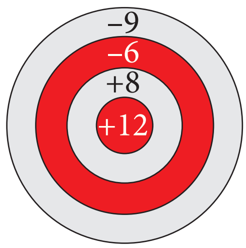
C) –16 D) –32

19. Üç basamaklı rakamları farklı en küçük pozitif tam sayı ile iki basamaklı en küçük negatif tam sayının toplamı kaçtır?

A) +92 B) +24

C) +4 D) +3

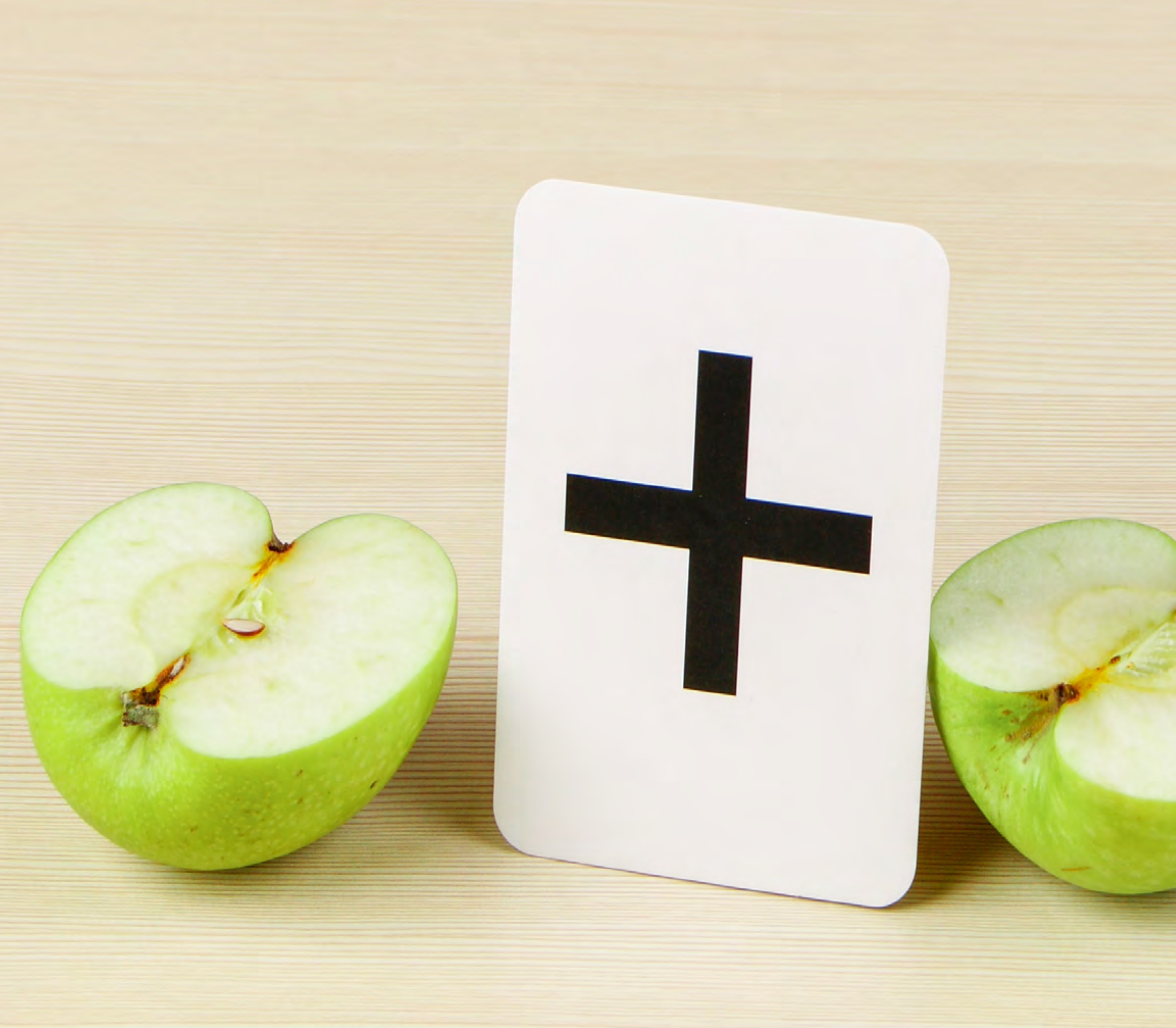
20. Elif yandaki hedef tahtasına atış yapıyor. Yaptığı atışların sonunda okun isabet ettiği bölgedeki puanı alıyor. Negatif tam sayıların yer aldığı bölgelerin her birine 2'şer atış, pozitif tam sayıların olduğu bölgelerin her birine 3'er atış yapıyor.



Yarışma sonunda Elif'in aldığı toplam puan aşağıdakilerden hangisidir?

A) +12 B) +20

C) +30 D) +60



2. ÜNİTE

SAYILAR VE İŞLEMLER

ÜNİTE KONULARI

- ▶ RASYONEL SAYILAR
- ▶ RASYONEL SAYILARDA İŞLEMLER

2. ÜNİTE

• RASYONEL SAYILAR
• RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER

NELER ÖĞRENECEĞİZ ?

Bu ünitenin birinci bölümünü tamamladığınızda;

- Rasyonel sayıları ve bu sayıları sayı doğrusunda göstermeyi,
- Rasyonel sayıları ondalık gösterimle ifade etmeyi,
- Devirli olan ve olmayan ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade etmeyi,
- Rasyonel sayıları sıralamayı ve karşılaştırmayı öğreneceksiniz.

Bu ünitenin ikinci bölümünü tamamladığınızda;

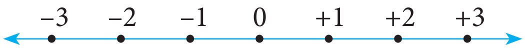
- Rasyonel sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yapmayı,
- Rasyonel sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini yapmayı,
- Rasyonel sayılarla çok adımlı işlemleri yapmayı,
- Rasyonel sayıların kare ve küplerini hesaplamayı,
- Rasyonel sayılarla işlem yapmayı gerektiren problemleri çözmeyi öğreneceksiniz.

ANAHTAR KAVRAMLAR

- rasyonel sayılar
- devirli ondalıklı sayılar

RASYONEL SAYILAR

Rasyonel Sayılar ve Sayı Doğrusunda Gösterimi



Yukarıdaki sayı doğrusu üzerinde yer alan sonsuz tane noktadan bir kısmı tam sayılar ile gösterilmiştir.

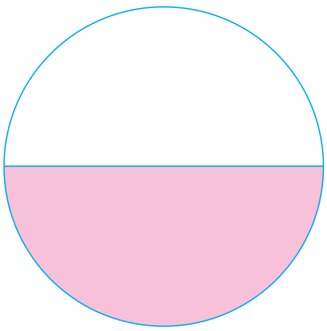
Ardışık tam sayılar arasında kalan noktaları gösteren sayıları nasıl ifade ederiz? Araştırınız.

Örnek

İki kişi bir elmayı eşit olarak paylaşıyor.

Kişi başına düşen elma miktarını nasıl ifade edeceğimizi gösterelim.

Çözüm



Bir bütünün eş parçalarından birini veya birkaçını gösteren ifadeler kesirler ile gösterilir.

Bir bütün iki eşit parçasından bir tanesinin gösterimi $\frac{1}{2}$ şeklindedir.

$\frac{1}{2}$ → Pay, Kesir çizgisi, Payda

Kişi başına düşen elma miktarı $\frac{1}{2}$'dir.

Kesrin pay ve pay paydasında yer alan sayılar birer tam sayıdır.

BİLGİ KUTUSU

a ve b birer tamsayı ve b sıfırdan farklı ($b \neq 0$) olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilen sayılara **rasyonel sayı** denir. Rasyonel sayıların oluşturduğu kümeye ise **rasyonel sayılar kümesi** denir. Rasyonel sayılar kümesi Q ile gösterilir.

0'dan küçük rasyonel sayıların oluşturduğu kümeye **negatif rasyonel sayılar kümesi** denir ve Q^- sembolü ile gösterilir. 0'dan büyük rasyonel sayıların oluşturduğu kümeye **pozitif rasyonel sayılar kümesi** denir ve Q^+ sembolü ile gösterilir.

Örnek

Aşağıdaki ifadelerden hangilerinin bir rasyonel sayı belirttiğini bulalım.

a. $\frac{7}{3}$ **b.** $-\frac{2}{5}$ **c.** $\frac{9}{-7}$ **ç.** $-\frac{2}{11}$

d. $\frac{6}{0}$ **e.** $\frac{0}{4}$ **f.** 8 **g.** -13

Çözüm

a. $\frac{7}{3}$ ifadesinde $7 \in Z$ ve $3 \in Z$ olduğu için $\frac{7}{3}$ bir rasyonel sayıdır. Tam sayılarda olduğu gibi işareti olmayan bir rasyonel sayı pozitif rasyonel sayıdır.

b. $\frac{-2}{5} = \frac{-2}{+5} = -\frac{2}{5}$ olduğu için $\frac{-2}{5}$ negatif bir rasyonel sayıdır.

c. $\frac{9}{-7} = \frac{+9}{-7} = -\frac{9}{7}$ olduğu için $\frac{9}{-7}$ negatif bir rasyonel sayıdır.

ç. $-\frac{2}{11}$ negatif bir rasyonel sayıdır.

d. $8 = \frac{8}{1}$ olduğu için her tam sayı aynı zamanda bir rasyonel sayıdır.

e. $-13 = -\frac{13}{1}$ olduğu için her tam sayı aynı zamanda bir rasyonel sayıdır.

f. Bir tam sayının 0'a bölümü tanımsız olduğu için $\frac{6}{0}$ bir rasyonel sayı değildir.

g. $\frac{0}{4} = 0$'dır. Her tamsayı aynı zamanda bir rasyonel sayı olduğu için $\frac{0}{4}$ bir rasyonel sayıdır.

Örnek

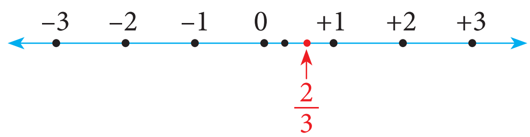
Aşağıdaki rasyonel sayıları sayı doğrusu üzerinde gösterelim.

a. $\frac{2}{3}$ **b.** $\frac{5}{2}$ **c.** $-\frac{1}{4}$ **ç.** $-\frac{7}{3}$

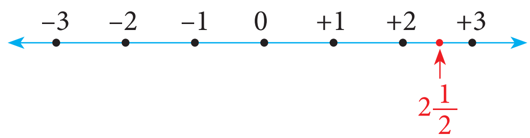
Çözüm

Tam sayılarda olduğu gibi pozitif rasyonel sayılar sayı doğrusunda 0'ın sağ tarafında, negatif rasyonel sayılar ise 0'ın sol tarafında yer alır.

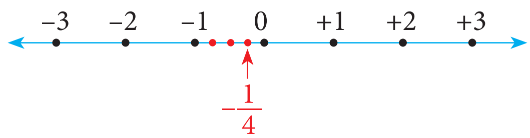
a. $\frac{2}{3}$ pozitif rasyonel sayı olduğu için sayı doğrusunda 0'ın sağında yer alır. Bir birim uzunluğu 3 eş parçaya bölüp 2 parçasını alalım.



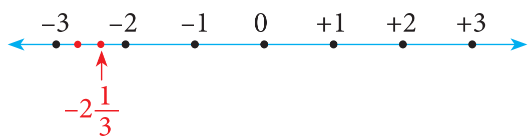
b. $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$'dir. Sayı doğrusunda 0'ın sağ tarafında 2 tam birimden sonraki birimi 2 eşit parçaya bölüp 1 parçasını alalım.



c. $-\frac{1}{4}$ negatif rasyonel sayı olduğu için sayı doğrusunda 0'ın sol tarafında yer alır. Bir birim uzunluğu 4 eş parçaya bölüp 1 parçasını alalım.



ç. $-\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}$'tür. Sayı doğrusunda 0'ın sol tarafında 2 tam birimden sonraki birimi 3 eş parçaya bölüp 1 parçasını alalım.

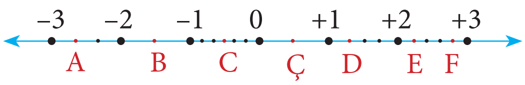


ALIŞTIRMALAR

1. **Aşağıdaki rasyonel sayılardan birbirine eşit olanları oklar ile eşleştiriniz.**

$\frac{+11}{5}$	$\boxed{\frac{2}{13}}$
$\frac{-3}{4}$	$\boxed{0}$
$\frac{1}{-5}$	$\boxed{-\frac{1}{5}}$
$+\frac{2}{13}$	$\boxed{\frac{11}{5}}$
$\frac{0}{8}$	$\boxed{-\frac{3}{4}}$

2. **Aşağıdaki sayı doğrusu üzerinde verilen harflere karşılık gelen rasyonel sayıları harflerin karşısındaki noktalı yerlere yazınız.**



A = ... B = ... C = ... Ç = ...

D = ... E = ... F = ...

3. $-\frac{2}{5}$, $-3\frac{1}{7}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{1}{4}$, $4\frac{1}{2}$

rasyonel sayılarını aşağıdaki boşluğa bir sayı doğrusu çizerek üzerinde gösteriniz.

Rasyonel Sayıların Ondalık Gösterimi

DÜŞÜNELİM

Rasyonel sayıların farklı gösterim şekilleri var mıdır? Araştırınız.

Örnek

Aşağıdaki rasyonel sayıların ondalık gösterimlerini yazalım.

a. $\frac{3}{10}$ **b.** $\frac{7}{100}$ **ç.** $\frac{13}{100}$ **d.** $\frac{1}{1000}$

e. $-\frac{1}{10}$ **f.** $-\frac{17}{100}$ **g.** $-\frac{147}{100}$ **h.** $-\frac{21}{1000}$

Çözüm

Paydası 10, 100, 1000,… gibi 10'un doğal sayı kuvveti olan rasyonel sayıların ondalık gösterimleri aşağıdaki gibidir.

a. $\frac{3}{10} = 0,\underbrace{3}_{\text{1 ondalık basamak}}$

b. $\frac{7}{100} = 0,\underbrace{07}_{\text{2 ondalık basamak}}$

ç. $\frac{13}{100} = 0,\underbrace{13}_{\text{2 ondalık basamak}}$

d. $\frac{1}{1000} = 0,\underbrace{001}_{\text{3 ondalık basamak}}$

e. $-\frac{1}{10} = -0,\underbrace{1}_{\text{1 ondalık basamak}}$

f. $-\frac{17}{100} = 0,\underbrace{17}_{\text{2 ondalık basamak}}$

g. $-\frac{147}{100} = 1,\underbrace{47}_{\text{2 ondalık basamak}}$

h. $-\frac{21}{1000} = 0,\underbrace{021}_{\text{3 ondalık basamak}}$

Örnek

Aşağıdaki rasyonel sayıların ondalık gösterimlerini yazalım.

a. $\frac{1}{2}$ **b.** $\frac{5}{4}$ **ç.** $\frac{3}{25}$ **d.** $\frac{1}{8}$

e. $-\frac{7}{20}$ **f.** $-2\frac{3}{25}$ **g.** $-\frac{23}{500}$ **h.** $-\frac{9}{125}$

Çözüm

Rasyonel sayıları, paydası 10'un doğal sayı kuvveti olacak şekilde genişleterek ondalık gösterimlerini yazabiliriz.

a. $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0{,}5$

b. $\frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{125}{100} = 1{,}25$

ç. $\frac{3}{25} = \frac{3 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{12}{100} = 0{,}12$

ç. $\frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{125}{1000} = 0{,}125$

d. $-\frac{7}{20} = -\frac{7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = -\frac{35}{100} = -\,0{,}35$

e. $-2\frac{3}{25} = -\frac{53}{25} = -\frac{53 \cdot 4}{25 \cdot 4} = -\frac{212}{100} = -\,2{,}12$

f. $-\frac{23}{500} = -\frac{23 \cdot 2}{500 \cdot 2} = -\frac{46}{1000} = -\,0{,}046$

g. $-\frac{9}{125} = -\frac{9 \cdot 8}{125 \cdot 8} = -\frac{72}{1000} = -\,0{,}072$

Örnek

Aşağıdaki rasyonel sayıların ondalık gösterimlerini yazalım.

a. $\frac{3}{5}$ **b.** $\frac{1}{8}$ **c.** $-\frac{5}{4}$ **ç.** $-\frac{7}{25}$

Çözüm

Rasyonel sayıların ondalık gösterimini payını paydasına bölerek de yazabiliriz.

a. $\frac{3}{5} = 3 \div 5$'tir. Bölme işlemini yapalım.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 5 \\ \cline{2-2} & \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 30 & 5 \\ \cline{2-2} & 0, \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 30 & 5 \\ \cline{2-2} -\,30 & 0{,}6 \\ \cline{1-1} 00 & \end{array} \longrightarrow \frac{3}{5} = 0{,}6 \text{ olur.}$$

b. $\frac{1}{8}$ = 1 ÷ 8'dir. Bölme işlemini yapalım.

$$\begin{array}{r|l} 1 & 8 \\ \cline{2-2} & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 10 & 8 \\ \cline{2-2} & 0, \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 10 & 8 \\ \cline{2-2} -8 & 0,1 \\ \cline{1-1} 02 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 10 & 8 \\ \cline{2-2} -8 & 0,12 \\ \cline{1-1} 020 & \\ -16 & \\ \cline{1-1} 04 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 10 & 8 \\ \cline{2-2} -8 & 0,125 \\ \cline{1-1} 020 & \\ -16 & \\ \cline{1-1} 040 & \\ -40 & \\ \cline{1-1} 00 & \end{array} \rightarrow \frac{1}{8} = 0{,}125 \text{ olur.}$$

c. $-\frac{5}{4}$ = (−5÷ 4)'tür. Bölme işlemini yapalım.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \cline{2-2} & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \cline{2-2} -4 & 1 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \cline{2-2} -4 & 1, \\ \cline{1-1} 10 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \cline{2-2} -4 & 1,2 \\ \cline{1-1} 010 & \\ -8 & \\ \cline{1-1} 02 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \cline{2-2} -4 & 0,125 \\ \cline{1-1} 10 & \\ -8 & \\ \cline{1-1} 020 & \\ -20 & \\ \cline{1-1} 00 & \end{array} \rightarrow -\frac{5}{4} = -\,0{,}125 \text{ olur.}$$

ç. $-\frac{7}{25}$ = − (7 ÷ 25)'tir. Bölme işlemini yapalım.

$$\begin{array}{r|l} 7 & 25 \\ \cline{2-2} & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 70 & 25 \\ \cline{2-2} - & 0, \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 70 & 25 \\ \cline{2-2} -50 & 0,2 \\ \cline{1-1} 20 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 70 & 25 \\ \cline{2-2} -50 & 0,28 \\ \cline{1-1} 200 & \\ -200 & \\ \cline{1-1} 000 & \end{array} \rightarrow -\frac{7}{25} = -\,0{,}28 \text{ olur.}$$

BİLGİ KUTUSU

Bir rasyonel sayının virgül kullanılarak yazılış biçimine bu rasyonel sayının **ondalık gösterimi** denir. Ondalık gösterim iki şekilde yazılabilir.

1. Rasyonel sayının paydası 10 veya 10'un doğal sayı kuvveti olacak şekilde genişletilir.
2. Rasyonel sayının payı paydasına bölünür.

ALIŞTIRMALAR

1. **Aşağıdaki rasyonel sayıların ondalık gösterimlerini yazınız.**

a. $\frac{5}{10}$ **b.** $\frac{11}{100}$ **c.** $-\frac{13}{10}$ **ç.** $-\frac{271}{1000}$

2. **Aşağıdaki rasyonel sayıların ondalık gösterimlerini yazınız.**

a. $\frac{7}{2}$ **b.** $\frac{1}{20}$ **c.** $-\frac{3}{4}$ **ç.** $-\frac{11}{8}$

Devirli Ondalık Gösterimler

DÜŞÜNELİM

Her rasyonel sayının ondalık gösterimi var mıdır? Araştırınız.

Örnek

$\frac{5}{3}$ rasyonel sayısının ondalık gösterimini yazalım.

Çözüm

$\frac{5}{3}$ rasyonel sayısının paydası genişletilerek 10'un doğal sayı kuvveti şeklinde yazılamaz. Bu nedenle verilen sayının payını paydasına bölelim.

$$
\begin{array}{r|l}
5 & 3 \\
\cline{2-2}
-3 & 1{,}666\ldots \\
\hline
20 & \\
-18 & \\
\hline
020 & \\
-18 & \\
\hline
020 & \\
-18 & \\
\hline
02 & \\
\vdots &
\end{array}
$$

$\frac{5}{3}$ rasyonel sayısının payı paydasına bölündüğünde bölme işleminin bitmediği, bölümün 1,666… şeklinde devam ettiğini görürüz. Buna göre $\frac{5}{3} = 1{,}666\ldots$ olur.

1,666… sayısında sürekli tekrar eden sayı 6 olduğu için 6'ya **devreden kısım** denir. Devreden kısmın üzerine çizgi çizerek $1{,}\overline{6}$ şeklinde yazarız. $1{,}\overline{6}$ sayısına, $\frac{5}{3}$ rasyonel sayısının devirli ondalık gösterimi denir.

$$\frac{5}{3} = 1{,}\overline{6}$$

BİLGİ KUTUSU

Bir rasyonel sayı ondalık gösterim şeklinde yazıldığında, ondalık kısımdaki sayıların tamamı ya da bir kısmı sürekli tekrar edebilir. Buna rasyonel sayının **devirli ondalık gösterimi** denir.

Devreden (tekrar eden) sayıların üzerine çizgi (–) çizilir. Bu çizgiye **devir çizgisi** denir.

Örnek

$-\frac{11}{90}$ **rasyonel sayısının ondalık gösterimini yazalım.**

Çözüm

$-\frac{11}{90} = -(11 \div 90)$'dır. Bölme işlemini yapalım.

$$\begin{array}{r|l} 110 & 90 \\ \hline -\;90 & 0,122... \\ \hline 200 & \\ -\;180 & \\ \hline 020 & \\ -\;18 & \\ \hline 02 & \\ \vdots & \end{array}$$

$-\frac{11}{90} = 0,1\overline{2}$ olur.

Örnek

$\frac{2}{11}$ **rasyonel sayısının ondalık gösterimini yazalım.**

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 20 & 11 \\ \hline -\;11 & 0,1818... \\ \hline 090 & \\ -\;88 & \\ \hline 020 & \\ -\;11 & \\ \hline 090 & \\ -\;88 & \\ \hline 02 & \\ \vdots & \end{array}$$

$\frac{2}{11} = 0,\overline{18}$ olur.

Örnek

Aşağıdaki ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak yazalım.

a. 0,2	**b.** 0,35	**c.** 1,7	**ç.** 25,012
d. −0,7	**e.** −0,13	**f.** −4,21	**g.** −10,023

Çözüm

a. 0,2 ondalık gösteriminde ondalık basamak sayısı bir olduğu için rasyonel sayının paydası 10'dur.

$0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{2 \div 2}{10 \div 2} = \frac{1}{5}$ olur.

b. 0,35 ondalık gösteriminde ondalık basamak sayısı iki olduğu için rasyonel sayının paydası 100'dür.

$0{,}35 = \frac{35}{100} = \frac{35 \div 5}{100 \div 5} = \frac{7}{20}$ olur.

c. 1,7 ondalık gösteriminde ondalık basamak sayısı bir olduğu için rasyonel sayının paydası 10'dur.

$1{,}7 = \frac{17}{10} = 1\frac{7}{10}$ olur.

ç. 25,012 ondalık gösteriminde ondalık basamak sayısı üç olduğu için rasyonel sayının paydası 1000'dir.

$25{,}012 = \frac{25012}{1000} = 25\frac{12}{1000} = 25\frac{12 \div 4}{1000 \div 4} = 25\frac{3}{250}$ olur.

d. −0,7 ondalık gösteriminde ondalık basamak sayısı bir olduğu için rasyonel sayının paydası 10'dur.

$-0{,}7 = -\frac{7}{10}$ olur.

e. − 0,13 ondalık gösteriminde ondalık basamak sayısı iki olduğu için rasyonel sayının paydası 100'dür.

$-0{,}13 = -\frac{13}{100}$ olur.

f. −4,21 ondalık gösteriminde ondalık basamak sayısı iki olduğu için rasyonel sayının paydası 100'dür.

$-4{,}21 = -\frac{421}{100} = -4\frac{21}{100}$ olur.

g. −10,023 ondalık gösteriminde ondalık basamak sayısı üç olduğu için rasyonel sayının paydası 1000'dir.

$-10{,}023 = \frac{10023}{1000} = -10\frac{23}{1000}$ olur.

Örnek

$23,\overline{74}$ **devirli ondalık gösterimi rasyonel sayı olarak yazalım.**

Çözüm

1. Yol: $x = 23,\overline{74}$ olsun. Oluşan eşitlikteki virgülü devreden sayının sağına getirmek için sırasıyla 10 ve 100 ile çarpalım. Daha sonra bulduğumuz eşitlikleri taraf tarafa çıkaralım.

$$\begin{array}{rl} 100x = & 2374,444\ldots \\ - \quad 10x = & 237,444\ldots \\ \hline 90x = & 2137,000\ldots \end{array}$$

Eşitliğin her iki tarafını 90'a bölelim.

$$\frac{90x}{90} = \frac{2137}{90}$$

$$x = \frac{2137}{90}$$

Buna göre $23,\overline{74} = \dfrac{2137}{90}$ olur.

BİLGİ KUTUSU

$ab,c\overline{d}$ devirli ondalık gösterimi rasyonel sayı olarak yazılırken aşağıdaki kural kullanılır.

Virgül ve devreden dikkate alınmadan oluşan sayı

Devreden kısım atıldıktan sonra virgül dikkate alınmadan oluşan sayı

$$ab,c\overline{d} = \frac{abcd - abc}{90}$$

Devreden ondalık basamak sayısı kadar "9"

Devretmeyen ondalık basamak sayısı kadar "0"

Eğer verilen ondalık gösteriminde devretmeyen ondalık basamak yoksa paydaya sıfır yazılmaz.

2. Yol: Yukarıdaki bilgi kutusunda verilen kuralı uygulayalım.

$$23,\overline{74} = \frac{2374 - 237}{90} = \frac{2137}{90} \text{ olur.}$$

Örnek

Aşağıdaki devirli ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak yazalım.

a. $0,\overline{5}$ **b.** $0,2\overline{8}$ **c.** $4,1\overline{6}$ **ç.** $7,\overline{01}$

Çözüm

a. $0,\overline{5} = \frac{5-0}{9} = \frac{5}{9}$ olur.

b. $0,2\overline{8} = \frac{28-2}{90} = \frac{26}{90} = \frac{26 \div 2}{90 \div 2} = \frac{13}{45}$ olur.

c. $4,1\overline{6} = \frac{416-41}{90} = \frac{355}{90} = \frac{355 \div 5}{90 \div 5} = \frac{71}{18}$ olur.

ç. $7,\overline{01} = \frac{701-7}{99} = \frac{694}{99}$ olur.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki rasyonel sayıların devirli ondalık gösterimlerini yazınız.

a. $\frac{1}{3}$ **b.** $\frac{16}{9}$ **c.** $-\frac{5}{6}$ **ç.** $-\frac{4}{33}$

2. Aşağıdaki ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak yazınız.

a. 0,7 **b.** 3,02 **c.** −0,21 **ç.** −9,05

3. Aşağıdaki devirli ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak yazınız.

a. $0,\overline{4}$ **b.** $0,3\overline{2}$ **c.** $6,1\overline{3}$ **ç.** $1,\overline{02}$

Rasyonel Sayıları Sıralama ve Karşılaştırma

Dilek, Selda ve Ayşe belirlenen sürede en çok pizza dilimi bitirenin kazanacağı bir yarışma yapıyor. Tabaklarındaki aynı büyüklükte pizzaların; Dilek $\frac{3}{8}$'ini, Selda $\frac{4}{8}$'ini, $\frac{5}{8}$'ini Ayşe bitiriyor.

Yarışmayı kimin kazandığını bulunuz.

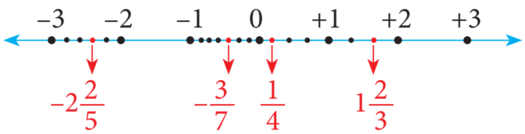
Örnek

$-\frac{3}{7}$, $1\frac{2}{3}$, $-2\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$

Yukarıdaki rasyonel sayıları sayı doğrusu üzerinde gösterelim. Sayıların sıralanışlarını inceleyelim.

Çözüm

$-\frac{3}{7}$, $1\frac{2}{3}$, $-2\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$ rasyonel sayılarını aynı sayı doğrusu üzerinde gösterelim.



Pozitif rasyonel sayılar sıfıra yaklaştıkça küçülür, sıfırdan uzaklaştıkça büyür. Bu nedenle $\frac{1}{4}$ sayısı $1\frac{2}{3}$ sayısından küçüktür. Buna göre sıralama,

$$\frac{1}{4} < 1\frac{2}{3} \text{ olur.}$$

Negatif rasyonel sayılar sıfıra yaklaştıkça büyür, sıfırdan uzaklaştıkça küçülür. Bu nedenle $-2\frac{2}{5}$ sayısı $-\frac{3}{7}$ sayısından küçüktür. Buna göre sıralama,

$$-2\frac{2}{5} < -\frac{3}{7} \text{ olur.}$$

Verilen rasyonel sayıların payları ve paydaları eşit değildir. Pozitif rasyonel sayılar negatif rasyonel sayılardan büyüktür. Buna göre küçükten büyüğe doğru sıralama,

$$-2\frac{2}{5} < -\frac{3}{7} < \frac{1}{4} < 1\frac{2}{3}$$

BİLGİ KUTUSU

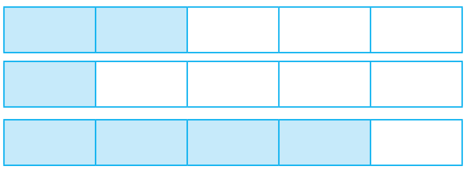
- Sayı doğrusunda sayılar soldan sağa doğru ilerledikçe büyür.
- Pozitif rasyonel sayılar negatif rasyonel sayılardan büyüktür.
- Pozitif rasyonel sayılar sıfıra yaklaştıkça küçülür, sıfırdan uzaklaştıkça büyür.
- Negatif rasyonel sayılar sıfıra yaklaştıkça büyür, sıfırdan uzaklaştıkça küçülür.

Örnek

$\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{4}{5}$ **rasyonel sayılarını modelleyerek karşılaştıralım.**

Çözüm

$\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{4}{5}$ rasyonel sayılarını kesir olarak modelleyelim. Aynı büyüklükteki bir bütünü beş eş parçaya bölerek istenilen oranlarda boyayalım.



$\rightarrow \frac{2}{5}$

$\rightarrow \frac{1}{5}$

$\rightarrow \frac{4}{5}$

Boyalı bölgeleri karşılaştırdığımızda en büyük boyalı bölgenin sırasıyla; $\frac{4}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}$ olduğunu görürüz. Buna göre verilen rasyonel sayıların büyükten küçüğe doğru sıralanışı aşağıdaki gibidir.

$$\frac{4}{5} > \frac{2}{5} > \frac{1}{5}$$

Aynı rasyonel sayıların küçükten büyüğe doğru sıralanışı ise $\frac{1}{5} < \frac{2}{5} < \frac{4}{5}$ olur.

BİLGİ KUTUSU

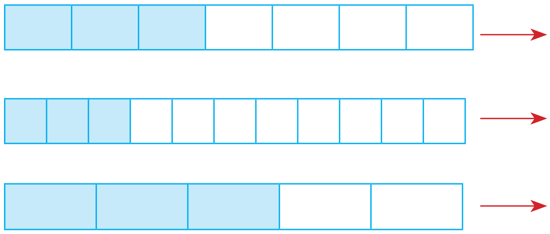
Paydaları eşit olan pozitif rasyonel sayılardan payı büyük olan rasyonel sayı daha büyüktür.

Örnek

$\frac{3}{7}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{3}{5}$ rasyonel sayılarını modelleyerek karşılaştıralım.

Çözüm

$\frac{3}{7}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{3}{5}$ rasyonel sayılarını kesir olarak modelleyelim. Aynı büyüklükteki bir bütünü istenilen oranlarda bölerek üçer parçasını boyayalım.



$\frac{3}{7}$

$\frac{3}{11}$

$\frac{3}{5}$

Boyalı bölgeleri karşılaştırdığımızda en büyük boyalı bölgenin sırasıyla $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{11}$ olduğunu görürüz. Buna göre verilen rasyonel sayıların büyükten küçüğe doğru sıralanışı aşağıdaki gibidir.

$$\frac{3}{5} > \frac{3}{7} > \frac{3}{11}$$

Aynı rasyonel sayıların küçükten büyüğe doğru sıralanışı ise $\frac{3}{11} < \frac{3}{7} < \frac{3}{5}$ şeklinde olur.

BİLGİ KUTUSU

Payları eşit olan pozitif rasyonel sayılardan paydası küçük olan rasyonel sayı daha büyüktür.

Örnek

$-\frac{3}{7}$, $-\frac{2}{7}$, $-\frac{5}{7}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sembol kullanarak sıralayalım.

Çözüm

$-\frac{3}{7}, -\frac{2}{7}, -\frac{5}{7}$ sayılarını pozitif rasyonel sayı gibi düşünüp sıralayalım. Bu sayıların negatif olanlarını sıralamak için eşitsizliklerin yönünü değiştirelim.

$\frac{3}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}$ pozitif rasyonel sayıların paydaları eşit olduğu için payı büyük olan daha büyüktür. Buna göre sıralama $\frac{5}{7} > \frac{3}{7} > \frac{2}{7}$ olur.

Şimdi bu sayıların negatif olanlarını sıralamak için eşitsizliklerin yönünü değiştirelim. Buna göre sıralama $-\frac{5}{7} < -\frac{3}{7} < -\frac{2}{7}$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Paydaları eşit olan negatif rasyonel sayılardan payı küçük olan rasyonel sayı daha büyüktür.

Örnek

$-\frac{4}{13}, -\frac{4}{7}, -\frac{4}{5}$ **rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sembol kullanarak sıralayalım.**

Çözüm

$-\frac{4}{13}, -\frac{4}{7}, -\frac{4}{5}$ sayılarını pozitif rasyonel sayı gibi düşünüp sıralayalım. Bu sayıların negatif olanlarını sıralamak için eşitsizliklerin yönünü değiştirelim.

$\frac{4}{13}, \frac{4}{7}, \frac{4}{5}$ pozitif rasyonel sayıların payları eşit olduğu için paydası küçük olan daha büyüktür. Buna göre sıralama $\frac{4}{5} > \frac{4}{7} > \frac{4}{13}$ olur.

Şimdi bu sayıların negatif olanlarını sıralamak için eşitsizliklerin yönünü değiştirelim. Buna göre sıralama $-\frac{4}{5} < -\frac{4}{7} < -\frac{4}{13}$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Payları eşit olan negatif rasyonel sayılardan paydası büyük olan rasyonel sayı daha büyüktür.

Örnek

$-\frac{4}{3}, -\frac{2}{5}, \frac{3}{11}, \frac{1}{2}$ **rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sembol kullanarak sıralayalım.**

Çözüm

$-\frac{4}{3}, -\frac{2}{5}, \frac{3}{11}, \frac{1}{2}$ rasyonel sayılarının payları da paydaları da eşit değildir. Sıralama yapabilmek için sayıların paylarını ya da paydalarını eşitlememiz gerekir.

Verilen rasyonel sayıların paylarını eşitleyelim.

$-\dfrac{4\cdot 3}{3\cdot 3}=-\dfrac{12}{9}$, $-\dfrac{2\cdot 6}{5\cdot 6}=-\dfrac{12}{30}$, $\dfrac{3\cdot 4}{11\cdot 4}=\dfrac{12}{44}$, $\dfrac{1\cdot 12}{2\cdot 12}=\dfrac{12}{24}$ olur.

Pozitif rasyonel sayıları kendi arasında, negatif rasyonel sayıları kendi arasında sıralayalım.

Pozitif olan $\dfrac{12}{44}$, $\dfrac{12}{24}$ sayılarının payları eşit olduğu için paydası büyük olan daha küçüktür.

$$\frac{12}{44}<\frac{12}{24}\ \text{........I}$$

$-\dfrac{12}{9}<-\dfrac{12}{30}$ rasyonel sayılarını pozitif gibi düşünüp sıralama yapalım. Daha sonra eşitsizliklerin yönünü değiştirelim. $\dfrac{12}{9}$, $\dfrac{12}{30}$ sayıların payları eşit olduğu için paydası küçük olan daha büyüktür.

$$\frac{12}{9}>\frac{12}{30}\ \text{ise}\ -\frac{12}{9}<-\frac{12}{30}\ \text{........II}$$

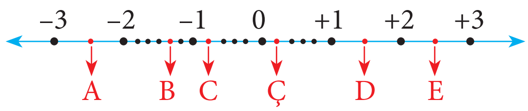
I ve II numaralı eşitsizlikleri birleştirelim. Negatif rasyonel sayılar pozitif rasyonel sayılardan küçük olduğu için sıralama; $-\dfrac{12}{9}<-\dfrac{12}{30}<\dfrac{12}{44}<\dfrac{12}{24}$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Pay veya paydaları eşit olmayan rasyonel sayılar sıralanırken önce pay ya da paydalar eşitlenir. Pay ya da paydadan hangisini eşitlemek daha kolay ise o yol izlenir. Daha sonra rasyonel sayılar sıralanır.

ALIŞTIRMALAR

1. **Aşağıdaki sayı doğrusunda yer alan harflere karşılık gelen rasyonel sayıları yazınız. Bu sayıları büyükten küçüğe doğru sembol kullanarak sıralayınız.**



2. **Aşağıdaki rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sembol kullanarak sıralayınız.**

a. $\dfrac{1}{5}, \dfrac{1}{8}, \dfrac{1}{2}$ **b.** $\dfrac{17}{18}, \dfrac{17}{19}, \dfrac{17}{15}$ **c.** $-\dfrac{3}{4}, -\dfrac{1}{4}, -\dfrac{5}{4}$ **ç.** $-\dfrac{6}{5}, -\dfrac{6}{11}, -\dfrac{6}{13}$

3. **Aşağıdaki rasyonel sayıları büyükten küçüğe doğru sembol kullanarak sıralayınız.**

a. $-\dfrac{3}{7}, \dfrac{2}{7}, -\dfrac{5}{7}, \dfrac{4}{7}$ **b.** $\dfrac{8}{3}, -\dfrac{8}{11}, -\dfrac{8}{5}, \dfrac{8}{7}$

RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER

Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemi

Melis bahçesinin $\frac{2}{5}$'ine gül, $\frac{3}{7}$'sine sümbül dikiyor. Melis'in bahçesinin kaçta kaçına çiçek diktiğini nasıl bulursunuz?

Örnek

$\frac{2}{5}$ ve $\frac{1}{5}$ **rasyonel sayılarının toplamını modelleyerek bulalım.**

Çözüm

$\frac{2}{5}$ + $\frac{1}{5}$ = $\frac{3}{5}$

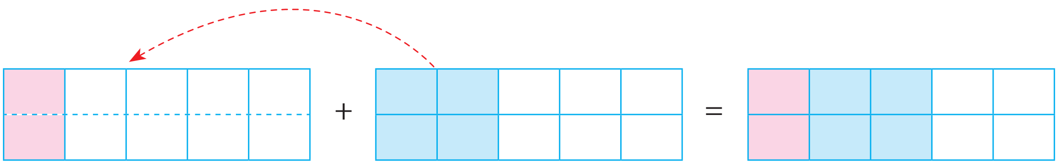
Modeli incelendiğimizde rasyonel sayıların paylarının toplamının sonucun payına, ortak paydanın da sonucun paydasına yazıldığını görürüz.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$$

Örnek

$\frac{1}{7}$ ve $\frac{4}{14}$ **rasyonel sayılarının toplamını modelleyerek bulalım.**

Çözüm



$\frac{1}{7}$ + $\frac{4}{14}$ = $\frac{6}{14}$

Modellemede eşit büyüklükte parçalar elde etmek için $\frac{1}{7}$ sayısına ait modeldeki her bir parçayı iki eşit parçaya ayıralım. Kesirlerde olduğu gibi rasyonel sayılarda da toplama işlemi yapmadan paydalar eşitlenir. Daha sonra paylar toplamı sonucun payına, ortak payda ise sonucun paydasına yazılır.

Buna göre $\underset{(2)}{\frac{1}{7}} + \underset{(1)}{\frac{4}{14}} = \frac{2}{14} + \frac{4}{14} = \frac{2+4}{14} = \frac{6}{14}$ olur.

Bulunan sonuçta sadeleştirme yaparak rasyonel sayının en sade hâlini yazalım.

$$\frac{1}{7} + \frac{4}{14} = \frac{6 \div 2}{14 \div 2} = \frac{3}{7}$$

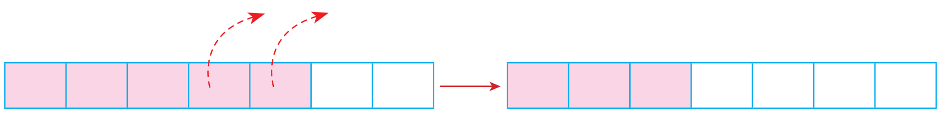
BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılarla toplama işlemi yapılırken önce paydalar eşit değilse eşitlenir. Daha sonra paylar toplamı sonucun payına yazılır. Ortak payda ise sonucun paydasına yazılır.

Örnek

$\frac{5}{7}$ ve $\frac{2}{7}$ **rasyonel sayılarının farkını modelleyerek bulalım.**

Çözüm



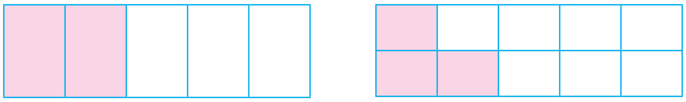
$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$

Modeli incelendiğimizde rasyonel sayıların paylarının farkının sonucun payına, ortak paydanın da sonucun paydasına yazıldığını görürüz. Buna göre $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5-2}{7} = \frac{3}{7}$ olur.

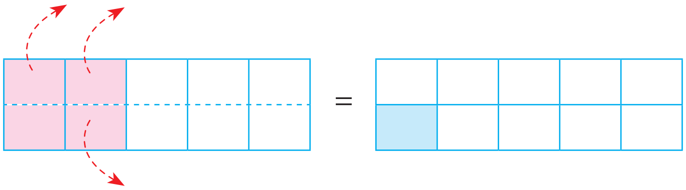
Örnek

$\frac{2}{5}$ ve $\frac{3}{10}$ **rasyonel sayılarının farkını modelleyerek bulalım.**

Çözüm



$\frac{2}{5}$ $\frac{3}{10}$



$$\frac{2}{5}-\frac{3}{10} = \frac{1}{10}$$

Modellemede, eşit büyüklükte parçalar elde etmek için $\frac{2}{5}$ sayısına ait modeldeki her bir parçayı iki eşit parçaya ayıralım. Kesirlerde olduğu gibi rasyonel sayılarda da çıkarma işlemi yapmadan önce paydaları eşitleriz. Daha sonra paylar farkını sonucun payına, ortak paydayı ise sonucun paydasına yazarız.

$$\underset{(2)}{\frac{2}{5}}-\underset{(1)}{\frac{3}{10}}=\frac{4}{10}-\frac{3}{10}=\frac{4-3}{10}=\frac{1}{10}$$

BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılarla çıkarma işlemi yapılırken paydalar eşit değilse eşitlenir. Daha sonra paylar farkı sonucun payına yazılır. Ortak payda ise sonucun paydasına yazılır.

Örnek

$\left(-\frac{3}{8}\right)-\left(+\frac{2}{7}\right)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$\left(-\frac{3}{8}\right)-\left(+\frac{2}{7}\right)=\left(-\underset{(7)}{\frac{3}{8}}\right)-\left(+\underset{(8)}{\frac{2}{7}}\right)$ Rasyonel sayıların paydalarını eşitleyelim.

$$=\left(-\frac{21}{56}\right)-\left(+\frac{16}{56}\right)=\frac{(-21)+(-16)}{56}=\frac{-37}{56}$$

Örnek

$+3\frac{3}{4}+\left(-1\frac{1}{3}\right)-2\frac{5}{6}$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

1. Yol: $+3\frac{3}{4}$ ve $-2\frac{5}{6}$ sayılarını bileşik kesir şeklinde yazalım. Daha sonra payda eşitleyerek işlemi çözelim. Yapılabilecek sadeleştirme varsa yapalım.

$$\begin{aligned}
+3\frac{3}{4}+\left(-1\frac{1}{3}\right)-2\frac{5}{6} &= +\underset{(3)}{\frac{15}{4}}+\left(-\underset{(4)}{\frac{4}{3}}\right)-\underset{(2)}{\frac{17}{6}} \\
&= +\frac{45}{12}+\left(-\frac{16}{12}\right)-\frac{34}{12} \\
&= \frac{+45+(-16)-34}{12} \\
&= \frac{+29-34}{12} \\
&= \frac{-5}{12} \text{ olur.}
\end{aligned}$$

2. Yol: $+3\frac{3}{4}+\left(-1\frac{1}{3}\right)-2\frac{5}{6}$ işleminde önce payda eşitleyelim. Daha sonra sayıların tam kısımlarının toplamını sonucun tam kısmı olarak yazalım. Paylar toplamını sonucun payına, ortak paydayı ise sonucun paydasına yazalım. Yapılabilecek sadeleştirme varsa yapalım.

$$\begin{aligned}
+3\frac{3}{4}+\left(-1\frac{1}{3}\right)-2\frac{5}{6} &= +3\underset{(3)}{\frac{3}{4}}+\left(-1\underset{(4)}{\frac{1}{3}}\right)-2\underset{(2)}{\frac{5}{6}} \\
&= +3\frac{9}{12}+\left(-1\frac{4}{12}\right)-2\frac{10}{12} \\
&= \underbrace{[+3+(-1)-2]}_{0}\frac{9+(-4)-10}{12} \\
&= 0\frac{5-10}{12}=\frac{-5}{12} \quad \text{olur.}
\end{aligned}$$

Toplama İşleminin Özellikleri

DÜŞÜNELİM

Tam sayılar kümesinde toplama işleminin işlem özellikleri rasyonel sayılar kümesinde de var mıdır? Araştırınız.

Örnek

$\frac{2}{3}+\frac{1}{7}$ ve $\frac{1}{7}+\frac{2}{3}$ **işlemlerini çözelim. Sonuçları karşılaştıralım.**

Çözüm

$$\left.\begin{array}{l} \underset{(7)}{\frac{2}{3}}+\underset{(3)}{\frac{1}{7}}=\frac{14}{21}+\frac{3}{21}=\frac{14+3}{21}=\frac{17}{21} \\ \underset{(3)}{\frac{1}{7}}+\underset{(7)}{\frac{2}{3}}=\frac{3}{21}+\frac{14}{21}=\frac{3+14}{21}=\frac{17}{21} \end{array}\right\}$$

Verilen toplama işleminde toplananlar yer değiştirdiğinde toplam değişmediğini görürüz.

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{7}=\frac{1}{7}+\frac{2}{3}$$

BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılar kümesinde toplama işlemi yapılırken toplananların yeri değiştiğinde toplam değişmez. Bu nedenle toplama işleminin değişme özelliği vardır.

Örnek

$\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{4}\right)+\frac{7}{10}$ ve $\frac{2}{5}+\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{10}\right)$ **işlemlerini çözelim. Sonuçları karşılaştıralım.**

Çözüm

$$\left(\underset{(4)}{\frac{2}{5}}+\underset{(5)}{\frac{3}{4}}\right)+\underset{(2)}{\frac{7}{10}}=\left(\frac{8}{20}+\frac{15}{20}\right)+\frac{14}{20}=\frac{23}{20}+\frac{14}{20}=\frac{37}{20}$$

$$\underset{(4)}{\frac{2}{5}}+\left(\underset{(5)}{\frac{3}{4}}+\underset{(2)}{\frac{7}{10}}\right)=\frac{8}{20}+\left(\frac{15}{20}+\frac{14}{20}\right)=\frac{8}{20}+\frac{29}{20}=\frac{37}{20}$$

Verilen toplama işleminde toplananlar farklı ikişerli gruplar yapılarak toplama işlemi yapıldığında toplam değişmediğini görürüz.

$$\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{4}\right)+\frac{7}{10}=\frac{2}{5}+\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{10}\right)$$

BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılar kümesinde toplama işlemi yapılırken toplananlar farklı ikişerli gruplar yapılarak toplama işlemi yapıldığında toplam değişmez. Bu nedenle toplama işleminin birleşme özelliği vardır.

Örnek

$0+\frac{3}{17}$ ve $-\frac{5}{7}+0$ **işlemlerini çözelim. Sonuçları inceleyelim.**

Çözüm

$0+\frac{3}{17}=\frac{3}{17}$ ve $-\frac{5}{7}+0=-\frac{5}{7}$ olur. İşlemleri incelendiğimizde bir rasyonel sayının 0 ile toplamının bu sayının kendisi olduğunu görürüz.

BİLGİ KUTUSU

Bir rasyonel sayının 0 ile toplamı bu sayının kendisine eşittir. Bu nedenle rasyonel sayılar kümesinde toplama işleminin etkisiz elemanı 0'dır.

Örnek

$\left(-\frac{2}{9}\right)+\frac{2}{9}$ ve $\frac{3}{11}+\left(-\frac{3}{11}\right)$ **işlemlerini çözelim. Sonuçları inceleyelim.**

Çözüm

$$\left(-\frac{2}{9}\right)+\frac{2}{9}=\frac{-2+2}{9}=\frac{0}{9}=0$$

$$\frac{3}{11}+\left(-\frac{3}{11}\right)=\frac{3+(-3)}{11}=\frac{0}{11}=0$$

Çözüm ve sonuçları incelendiğimizde bir rasyonel sayının ters işaretlisi ile toplamının 0 (sıfır) olduğunu görürüz. Sıfır rasyonel sayılar kümesinde toplama işleminin etkisiz elemanıdır. O hâlde rasyonel sayılar kümesinde $-\frac{2}{9}$'un toplama işlemine göre tersi $+\frac{2}{9}$ olur. $+\frac{3}{11}$'in toplama işlemine göre tersi ise $-\frac{3}{11}$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılar kümesinde toplamları 0 (etkisiz eleman) olan iki sayıya toplama işlemine göre **birbirinin ters elemanı** denir. Toplama işlemine göre bir rasyonel sayını tersi, o sayının zıt işaretlisidir.

Örnek

$\frac{1}{9}+\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{9}\right)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

1. Yol: Birleşme özelliğini kullanarak ilk iki toplananı gruplandıralım.

$$\frac{1}{9}+\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{9}\right)=\left[\underset{(1)}{\frac{1}{9}}+\left(-\underset{(3)}{\frac{2}{3}}\right)\right]+\left(\underset{(1)}{\frac{1}{9}}\right)$$

Paydaları eşitleyelim.

$$=\left[\frac{1}{9}+\left(-\frac{6}{9}\right)\right]+\left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$=\left[\frac{1+(-6)}{9}\right]+\left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$=\left(\frac{-5}{9}\right)+\left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$=\frac{(-5)+(-1)}{9}$$

$$=-\frac{6}{9}$$

$$=-\frac{6\div 3}{9\div 3}$$

Sadeleştirme yapalım.

$$=-\frac{2}{3}$$

2. Yol: Rasyonel sayılar kümesinde mutlak değerleri aynı işaretleri farklı sayılar birbirinin ters elemanıdır. Birbirinin tersi olan sayıların toplamı 0'dır. Bu özelliği kullanmak için değişme özelliğinde yararlanarak $-\frac{2}{3}$ ile $-\frac{1}{9}$'u yer değiştirelim.

$$\frac{1}{9}+\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{9}\right)=\underbrace{\frac{1}{9}+\left(-\frac{1}{9}\right)}_{0}+\left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$=-\frac{2}{3} \text{ olur.}$$

Örnek

$\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{7}{2}\right)=\left(+\frac{7}{2}\right)+\blacktriangle$ **işleminde** $\blacktriangle$ **yerine gelecek rasyonel sayıyı bulalım.**

Çözüm

$$\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{7}{2}\right)=\left(+\frac{7}{2}\right)+\blacktriangle$$

Eşitliğin sağlanması için $\blacktriangle$ yerine $-\frac{3}{5}$ yazılmalıdır.

Örnek

$\blacksquare+\left(4\frac{5}{23}\right)=0$ eşitliğinde $\blacksquare$ yerine gelecek rasyonel sayıyı bulalım.

Çözüm

İki rasyonel sayının toplamının sıfır olması için bu sayıların mutlak değerleri eşit, işaretleri farklı olmalıdır. Toplananlardan bir tanesi $+4\frac{5}{23}$ ise diğeri $-4\frac{5}{23}$ olmalıdır. Bu nedenle $\blacksquare$ yerine $-4\frac{5}{23}$ yazılmalıdır.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki toplama işlemlerini çözünüz.

a. $\left(+\frac{5}{8}\right)+\left(+4\frac{3}{8}\right)$

b. $\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{1}{14}\right)$

c. $\left(+\frac{2}{9}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)$

ç. $\left(+1\frac{1}{2}\right)+\left(-2\frac{3}{4}\right)+\left(-3\frac{1}{8}\right)$

2. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini çözünüz.

a. $\left(\frac{1}{11}\right)-\left(+2\frac{3}{11}\right)$

b. $\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{7}{15}\right)$

c. $\left(+\frac{4}{15}\right)-\left(\frac{3}{5}\right)-\left(\frac{1}{3}\right)$

ç. $\left(+2\frac{1}{6}\right)-\left(-1\frac{1}{4}\right)-\left(-1\frac{1}{12}\right)$

3. $\left(+\frac{7}{12}\right)+\left(-1\frac{3}{8}\right)-\left(-2\frac{5}{6}\right)$ **işlemini çözünüz.**

4. **Tablolarda verilen toplama ve çıkarma işlemlerini yaparak boşlukları doldurunuz.**

$+$	$+\frac{2}{5}$	0	$+\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2}$			
$+\frac{2}{5}$			
0			

$-$	$+\frac{3}{4}$	$+\frac{1}{2}$	$-1\frac{1}{6}$
$-\frac{1}{4}$			
$-2\frac{1}{12}$			
$+3\frac{5}{6}$			

5. $+\frac{2}{7}$ sayısının toplama işlemine göre tersi ■ ve $-\frac{7}{2}$ sayısının toplama işlemine göre tersi ▲ dir.

Buna göre ■ – ▲ işleminin sonucu kaçtır?

6. **Aşağıdaki işlemleri toplama işleminin özelliklerinden yararlanarak çözünüz.**

a. $\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)$

b. $\left[\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{5}{28}\right)\right]+\left[\left(+\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{5}{28}\right)\right]$

c. $\left(+\frac{4}{13}\right)+0+\left(-\frac{5}{28}\right)$

ç. $\left(-\frac{5}{8}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)$

7. $\left[\left(-\frac{4}{17}\right)+\left(+\frac{13}{3}\right)\right]+\left(-\frac{8}{9}\right)=\left(-\frac{8}{9}\right)+\left[b+\left(-\frac{4}{17}\right)\right]$ **olduğuna göre b kaçtır?**

Rasyonel Sayılarla Çarpma İşlemi

Bir manav sabahtan öğlene kadar tezgâhındaki sebzelerin $\frac{2}{5}$'ini satıyor. Öğleden sonra kalan sebzelerin yarısının $\frac{1}{3}$'ünü satıyor.

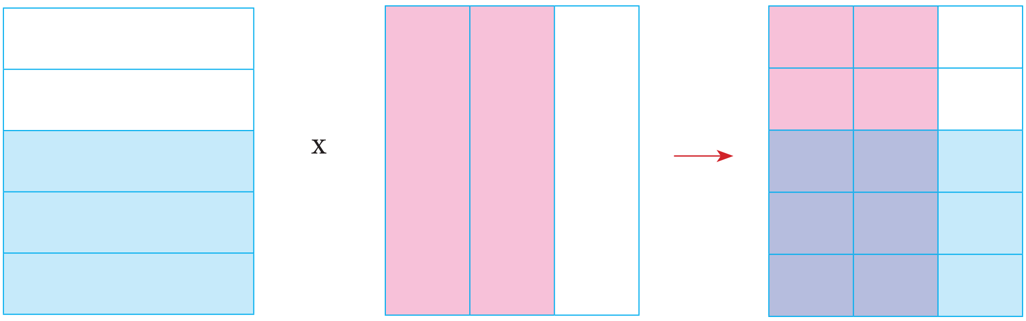
Manavın sattığı sebzelerin tezgâhtaki tüm sebzelerin kaçta kaçı olduğunu nasıl bulursunuz? Araştırınız.

Örnek

$\left(+\frac{3}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)$ **işlemini modelleyerek çözelim.**

Çözüm

$+\frac{3}{5}$ rasyonel sayısına karşılık gelen modeli yatay, $+\frac{2}{3}$ rasyonel sayısına karşılık gelen modeli dikey olarak gösterelim. Sonra iki modeli üst üste yerleştirelim.



$$\left(+\frac{3}{5}\right) \quad \text{x} \quad \left(+\frac{2}{3}\right) \quad = \quad \left(+\frac{6}{15}\right)$$

İki modelin renk alanlarının çakıştığı mor bölge $+\frac{3}{5}$ ile $+\frac{2}{3}$ sayılarının çarpımını temsil eder.

$$\left(+\frac{3}{5}\right)\cdot\left(+\frac{2}{3}\right)=\frac{6}{15}$$

İşlem sonucunu incelendimizde rasyonel sayıların paylarının çarpımının sonucun payına, paydalarının çarpımının sonucun paydasına yazıldığını görürüz. Rasyonel sayıların çarpımlarının işaretleri için tam sayılarla çapma işlemindeki kurallar geçerlidir.

$$\left(+\frac{3}{5}\right)\cdot\left(+\frac{2}{3}\right)=\frac{(+3)\cdot(+2)}{5\cdot 3}$$ Önce sonucun işaretini belirleyelim.

$$=+\frac{6}{15}$$

$$=+\frac{6\div 3}{15\div 3}$$ Sadeleştirme yapalım.

$$=+\frac{2}{5}$$ olur.

Örnek

$(-5)\cdot\left(+\frac{2}{3}\right)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Her tamsayı aynı zamanda paydası 1 olan bir rasyonel sayıdır. Buna göre $-5=-\frac{5}{1}$ olur.

$$(-5)\cdot\left(+\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{5}{1}\right)\cdot\left(+\frac{2}{3}\right)$$

$$=-\frac{5\cdot 2}{1\cdot 3}$$

$$=-\frac{10}{3}$$ olur.

Örnek

$\left(+\frac{22}{15}\right)\cdot\left(-\frac{9}{11}\right)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Rasyonel sayılarla çarpma işlemi yapılırken çarpanların payları ile paydaları arasında sadeleşenler olabilir. Bu durumda önce sadeleştirmeyi yapmak işlem çözümünü kolaylaştırır.

$$\left(+\frac{22}{15}\right)\cdot\left(-\frac{9}{11}\right)=\left(+\frac{\overset{2}{\cancel{22}}}{\underset{5}{\cancel{15}}}\right)\cdot\left(-\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{11}}}\right)$$

$$=\left(+\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{3}{1}\right)$$

$$=-\frac{2\cdot 3}{5\cdot 1}$$

$$=-\frac{6}{5}$$

Örnek

$\left(+2\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-3\frac{1}{3}\right)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$\left(+2\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-3\frac{1}{3}\right)=\left(+\frac{12}{5}\right)\cdot\left(-\frac{10}{3}\right)$ Tam sayılı kesir şeklinde olan sayıları bileşik kesir olarak yazalım.

$=\left(+\frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\right)\cdot\left(-\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$ Sadeleştirme yapalım.

$=\left(+\frac{4}{1}\right).\left(-\frac{2}{1}\right)$

$=\left(-\frac{4\cdot 2}{1\cdot 1}\right)$

$=-8$

BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılar kümesinde çarpma işlemi yapılırken;

- Tam sayılı kesir şeklinde olan sayılar bileşik kesir olarak yazılır,
- Paylar ile paydalar arasında varsa sadeleştirmeler yapılır,
- Paylar çarpımı sonucun payı, paydalar çarpımı sonucun paydası olarak yazılır,
- Çarpımın işareti tam sayılarda olduğu gibi belirlenir.

Bir tam sayı ile rasyonel sayı çarpılırken tam sayı paydası bir olan rasyonel sayı olarak yazılır ve yukarıdaki sıralama izlenir.

Çarpma İşleminin Özellikleri

DÜŞÜNELİM

Rasyonel sayılarla çarpma işleminin özelliklerinde olup toplam işleminde olmayan bir özellik var mıdır? Araştırınız.

Örnek

$\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(+\frac{1}{3}\right)$ ve $\left(+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)$ **işlemlerini çözelim. Sonuçları karşılaştıralım.**

Çözüm

$$\left.\begin{aligned}\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(+\frac{1}{3}\right) &= -\frac{2\cdot 1}{5\cdot 3} = -\frac{2}{15}\\ \left(+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right) &= -\frac{1\cdot 2}{3\cdot 5} = -\frac{2}{15}\end{aligned}\right\}$$

Verilen çarpma işlemlerinde çarpanlar yer değiştirdiğinde çarpımın değişmediğini görürüz.

Buna göre $\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(+\frac{1}{3}\right)=\left(+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılar kümesinde çarpma işlemi yapılırken çarpanların yeri değiştiğinde çarpım değişmez. Bu nedenle çarpma işleminin değişme özelliği vardır.

Örnek

$\left(\frac{4}{9}\cdot\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{7}{3}$ ve $\frac{4}{9}\cdot\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{3}\right)$ **işlemlerini çözelim. Sonuçları karşılaştıralım.**

Çözüm

$$\left(\frac{4}{9}\cdot\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{7}{3}=\left(\frac{4\cdot 2}{9\cdot 5}\right)\cdot\frac{7}{3}=\frac{8}{45}\cdot\frac{7}{3}=\frac{8\cdot 7}{45\cdot 3}=\frac{56}{135}$$

$$\frac{4}{9}\cdot\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{3}\right)=\frac{4}{9}\cdot\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{3}\right)=\frac{4}{9}\cdot\frac{14}{15}=\frac{4\cdot 14}{9\cdot 15}=\frac{56}{135}$$

Verilen çarpma işleminde çarpanlar farklı ikişerli gruplar yapılarak çarpma işlemi yapıldığında çarpımın değişmediğini görürüz.

Buna göre $\left(\frac{4}{9}\cdot\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{7}{3}=\frac{4}{9}\cdot\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{3}\right)$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılar kümesinde çarpma işlemi yapılırken çarpanlar farklı ikişerli gruplar yapılarak çarpma işlemi yapıldığında çapım değişmez. Bu nedenle çarpma işleminin birleşme özelliği vardır.

Örnek

$(+1)\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)$ ve $\left(+\frac{5}{11}\right)\cdot(+1)$ **işlemlerini çözelim. Sonuçları inceleyelim.**

Çözüm

$$(+1)\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)=\left(+\frac{1}{1}\right)\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)=-\frac{1\cdot 4}{1\cdot 9}=-\frac{4}{9}$$

$$\left(+\frac{5}{11}\right)\cdot(+1)=\left(+\frac{5}{11}\right)\cdot\left(+\frac{1}{1}\right)=+\frac{5\cdot 1}{11\cdot 1}=+\frac{5}{11}$$

Çözüm ve sonuçları incelendimizde bir rasyonel sayının +1 ile çarpımının bu sayının kendisi olduğunu görürüz.

BİLGİ KUTUSU

Bir rasyonel sayının +1 ile çarpımı bu sayının kendisine eşittir. Bu nedenle rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin etkisiz elemanı +1'dir.

Örnek

$(-1)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)$ ve $\left(+\frac{7}{9}\right)\cdot(-1)$ **işlemlerini çözelim. Sonuçları inceleyelim.**

Çözüm

$$(-1)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=\left(-\frac{1}{1}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=+\frac{1\cdot 3}{1\cdot 5}=+\frac{3}{5}$$

$$\left(+\frac{7}{9}\right)\cdot(-1)=\left(+\frac{7}{9}\right)\cdot\left(-\frac{1}{1}\right)=-\frac{7\cdot 1}{9\cdot 1}=-\frac{7}{9}$$

Çözüm ve sonuçları incelendiğimizde bir rasyonel sayının −1 ile çarpımının bu sayının ters işaretlisi olduğunu görürüz. Bir rasyonel sayının ters işaretlisi ise o sayının toplama işlemine göre tersidir.

BİLGİ KUTUSU

Bir rasyonel sayının -1 ile çarpımı, o sayının toplama işlemine göre ters elemanıdır.

Örnek

$0 \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)$ ve $\left(+\frac{5}{11}\right) \cdot 0$ **işlemlerini çözelim. Sonuçları inceleyelim.**

Çözüm

$$0 \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) = \left(\frac{0}{1}\right) \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) = -\frac{0 \cdot 4}{1 \cdot 9} = -\frac{0}{9} = 0$$

$$\left(+\frac{5}{11}\right) \cdot 0 = \left(+\frac{5}{11}\right) \cdot \left(\frac{0}{1}\right) = +\frac{5 \cdot 0}{11 \cdot 1} = +\frac{0}{11} = 0$$

Çözüm ve sonuçlar incelendiğimizde bir rasyonel sayının 0 ile çarpımının 0 olduğunu görürüz.

BİLGİ KUTUSU

Bir rasyonel sayının 0 ile çarpımı 0'dır. Rasyonel sayılar kümesinde 0'a, çarpma işleminin **yutan elemanı** denir.

Örnek

$\left(-\frac{5}{13}\right) \cdot \left(-\frac{13}{5}\right)$ ve $\left(+\frac{3}{8}\right) \cdot \left(+\frac{8}{3}\right)$ **işlemlerini çözelim. Sonuçları inceleyelim.**

Çözüm

$$\left(-\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{13}}}\right) \cdot \left(-\frac{\overset{1}{\cancel{13}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\right) = +\frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 1} = +\frac{1}{1} = +1$$

$$\left(+\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{8}}}\right) \cdot \left(+\frac{\overset{1}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right) = +\frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 1} = +\frac{1}{1} = +1$$

Çözüm ve sonuçları incelediğimizde bir rasyonel sayı ile bu sayının payı ile paydasının yer değiştirmesiyle oluşan sayının çarpıldığını görürüz. Her iki işlemde de çarpım sonucu $+1$'dir. $+1$ rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin etkisiz elemanıdır. Buna göre rasyonel sayılar kümesinde $-\frac{5}{13}$'ün çarpma işlemine göre tersi $-\frac{13}{5}$ olur. $+\frac{3}{8}$'in toplama işlemine göre tersi ise $+\frac{8}{3}$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılar kümesinde çarpımları +1 (çarpmanın etkisiz elemanı) olan iki sayıya çarpma işlemine göre birbirinin **ters elemanı** denir. Çarpma işlemine göre bir rasyonel sayının tersi, o sayının payı ile paydasının yer değiştirmesiyle oluşan rasyonel sayıdır.

Değeri 0 (sıfır) olan rasyonel sayıların çarpma işlemine göre tersi yoktur.

Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerini farklı yöntemlerle çözelim. Sonuçları karşılaştıralım.

a. $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left[\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)\right]$

b. $\left[\left(+\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{3}{10}\right)\right]\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$

Çözüm

a. $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left[\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)\right]$ işlemini iki farklı yoldan çözelim.

1. Yol: Önce köşeli parantez içindeki toplama işlemini sonra çarpma işlemini yapalım.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left[\left(-\frac{1}{\underset{(3)}{2}}\right)+\left(+\frac{5}{\underset{(1)}{6}}\right)\right]=\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left[\left(-\frac{3}{6}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)\right]$$

$$=\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left[\frac{(-3)+(+5)}{6}\right]$$

$$=\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{\overset{1}{\cancel{+2}}}{\underset{3}{\cancel{6}}}\right)$$

$$=-\frac{2\cdot 1}{3\cdot 3}$$

$$=-\frac{2}{9}\quad\text{olur.}$$

2. Yol: $-\frac{2}{3}$ sayısını köşeli parantez içindeki sayılarla ayrı ayrı çarpalım. Sonra toplama işlemini yapalım.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left[\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)\right]=\left[\left(-\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right)\right]+\left[\left(-\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{3}\right)\cdot\left(+\frac{5}{\underset{3}{\cancel{6}}}\right)\right]$$

$$=\left(-\frac{1\cdot 1}{3\cdot 1}\right)+\left(-\frac{1\cdot 5}{3\cdot 3}\right)$$

$$=\left(+\frac{1}{\underset{(3)}{3}}\right)+\left(-\frac{5}{\underset{(1)}{9}}\right)$$

$$=-\frac{(+3)+(-5)}{9}=-\frac{2}{9} \quad \text{olur.}$$

Her iki çözüm yolunu incelendiğimizde sonuçların aynı olduğunu görürüz.

b. $\left[\left(+\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{3}{10}\right)\right]\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$ işlemini iki farklı yoldan çözelim

1. Yol: Önce köşeli parantez içindeki çıkarma işlemini sonra çarpma işlemini yapalım.

$$\left[\left(+\frac{1}{\underset{(2)}{5}}\right)-\left(-\frac{3}{\underset{(1)}{10}}\right)\right]\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)=\left[\left(+\frac{2}{10}\right)-\left(-\frac{3}{10}\right)\right]\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$=\frac{(+2)+(+3)}{10}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$=\left(+\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{2}{\cancel{10}}}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$=-\frac{1\cdot 3}{2\cdot 2}=-\frac{3}{4} \quad \text{olur.}$$

2. Yol: $-\frac{3}{2}$ sayısını köşeli parantez içindeki sayılarla ayrı ayrı çarpalım. Sonra çıkarma işlemini yapalım.

$$\left[\left(+\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{3}{10}\right)\right]\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)=\left[\left(+\frac{1}{5}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\right]-\left[\left(-\frac{3}{10}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\right]$$

$$=\left(-\frac{1\cdot 3}{5\cdot 2}\right)-\left(+\frac{3\cdot 3}{10\cdot 2}\right)$$

$$=\left(-\frac{3}{\underset{(2)}{10}}\right)-\left(+\frac{9}{\underset{(1)}{20}}\right)$$

$$=\frac{(-6)+(-9)}{20}$$

$$=\frac{-\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{4}{\cancel{20}}}=-\frac{3}{4} \text{ olur.}$$

Her iki çözüm yolunu incelediğimizde sonuçların aynı olduğunu görürüz.

BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki işlemleri çözünüz.

a. $\left(+\frac{5}{7}\right)\cdot\left(+\frac{14}{25}\right)$ **b.** $\left(+\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{9}\right)$ **c.** $\left(-\frac{8}{11}\right)\cdot\left(+\frac{33}{9}\right)$

ç. $\left(-\frac{6}{13}\right)\cdot\left(-\frac{26}{3}\right)$ **d.** $\left(-\frac{7}{9}\right)\cdot 0$ **e.** $\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot(+1)$

f. $\left(-\frac{7}{9}\right)\cdot(-1)$ **g.** $\left(-\frac{7}{11}\right)\cdot\left(-\frac{11}{7}\right)$ **h.** $\left(-\frac{5}{4}\right)\cdot\left(+\frac{4}{5}\right)$

2. 5 **tane** $-\frac{2}{15}$ **'in toplamı kaçtır?**

3. Aşağıdaki işlemlerde ■ yerine gelecek sayıları bulunuz.

a. $\left(-\frac{3}{47}\right)\cdot\left(+\frac{8}{5}\right)=■\cdot\left(-\frac{3}{47}\right)$

b. $\left[\left(-\frac{5}{12}\right)\cdot\left(+\frac{5}{4}\right)\right]\cdot\left(-\frac{7}{3}\right)=■\cdot\left[\left(+\frac{5}{4}\right)\cdot\left(-\frac{7}{3}\right)\right]$

c. $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot ■ = 0$

ç. $\left(+\frac{5}{4}\right)\cdot ■ = -1$

d. $\left(-\frac{8}{9}\right)\cdot ■ = +1$

4. Rasyonel sayılar kümesi için aşağıdaki ifadelerden doğru olanın başına "D" **yanlış olanın başına** "Y" **yazınız.**

( ) Çarpma işleminin etkisiz elemanı –1'dir.

( ) Çarpanların yeri değiştirildiğinde çarpım değişmez.

( ) Bir sayının –1 ile çarpımı o sayının ters işaretlisidir.

Rasyonel Sayılarla Bölme İşlemi

Fatma Hanım büyük şişedeki zeytinyağını sofra için küçük şişelere boşaltmak istiyor. 2 litrelik büyük şişenin $\frac{5}{6}$'sı doludur. Küçük şişelerin her biri $\frac{1}{4}$ litre zeytinyağı alıyor.

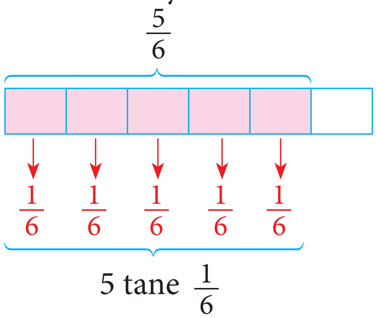
Fatma Hanım'ın kaç tane küçük şişeye ihtiyacı olduğunu bulunuz.

Örnek

$\frac{5}{6} \div \frac{1}{6}$ **işlemini modelleyerek çözelim.**

Çözüm

$\frac{5}{6}$'nın içinde kaç tane $\frac{1}{6}$ olduğunu bulalım. Bunun için $\frac{5}{6}$ sayısına karşılık gelen modeli çizelim. Sonra aynı model üzerinde kaç tane $\frac{1}{6}$'ya karşılık gelen parça olduğunu bulalım.



$\frac{5}{6}$'nın içinde 5 tane $\frac{1}{6}$ vardır.

Buna göre $\frac{5}{6} \div \frac{1}{6} = 5$ olur.

Bölüneni, bölenin çarpma işlemine göre tersi ile çarptığımızda yine aynı sonuca ulaşırız.

$$\underset{\text{Bölünen}}{\frac{5}{6}} \div \underset{\text{Bölen}}{\frac{1}{6}} = \frac{5}{\cancel{6}_{1}} \cdot \frac{\cancel{6}^{1}}{1} = 5$$

BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılar kümesinde bölme işlemi yapılırken bölünen, bölenin çarpma işlemine göre tersi ile çarpılarak bulunur. Bölümün işareti ise tam sayılarda bölme işleminde olduğu gibi belirlenir.

Örnek

$\left(-\frac{4}{15}\right)\div\left(-\frac{2}{5}\right)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$\left(-\frac{4}{15}\right)\div\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(-\frac{4}{15}\right)\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)$ Bölüneni, bölenin çarpma işlemine göre tersi ile çarpalım.

$=\left(-\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{15}}}\right)\cdot\left(-\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}\right)$ Paylar ile paydalar arasında sadeleştirme yapalım.

$=\frac{(-2)\cdot(-1)}{3\cdot 1}=+\frac{2}{3}$

Örnek

$\left(+\frac{21}{5}\right)\div\left(-\frac{6}{25}\right)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$\left(+\frac{21}{5}\right)\div\left(-\frac{6}{25}\right)=\left(+\frac{21}{5}\right)\cdot\left(-\frac{25}{6}\right)$

$=\left(+\frac{\overset{7}{\cancel{21}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\right)\cdot\left(-\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{2}{\cancel{6}}}\right)$

$=\frac{(+7)\cdot(-5)}{1\cdot 2}$

$=-\frac{35}{2}$ olur.

Örnek

Aşağıdaki işlemleri çözelim. Sonuçları inceleyelim.

a. $\left(+\frac{4}{7}\right)\div(+1)$

b. $(+1)\div\left(-\frac{5}{2}\right)$

c. $\left(-\frac{3}{8}\right)\div(-1)$

ç. $(-1)\div\left(-\frac{3}{2}\right)$

d. $\left(+\frac{5}{11}\right)\div 0$

e. $0\div\left(-\frac{2}{9}\right)$

Çözüm

a. $\left(+\frac{4}{7}\right)\div(+1)=\left(+\frac{4}{7}\right)\div\left(+\frac{1}{1}\right)$

$=\frac{(+4)\cdot(+1)}{7\cdot 1}=+\frac{4}{7}$ olur.

$+\frac{4}{7}$ sayısını $+1$'e böldüğümüzde bölüm, sayının kendisi olur.

b. $(+1) \div \left(-\frac{5}{2}\right) = \left(+\frac{1}{1}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$

$= \frac{(+1)\cdot(-2)}{1 \cdot 5}$

$= -\frac{2}{5}$

$+1$ sayısını $-\frac{5}{2}$'ye böldüğümüzde bölüm, $-\frac{5}{2}$'nin çarpma işlemine göre tersi $-\frac{2}{5}$ olur.

c. $\left(-\frac{3}{8}\right) \div (-1) = \left(-\frac{3}{8}\right) \div \left(-\frac{1}{1}\right)$

$= \frac{(-3)\cdot(-1)}{8 \cdot 1}$

$= +\frac{3}{8}$ olur.

$-\frac{3}{8}$ sayısını -1'e böldüğümüzde bölüm, $-\frac{3}{8}$'in toplama işlemine göre tersi $+\frac{3}{8}$ olur.

ç. $(-1) \div \left(-\frac{3}{2}\right) = \left(-\frac{1}{1}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$

$= \frac{(-1)\cdot(-2)}{1 \cdot 3}$

$= +\frac{2}{3}$ olur.

-1 sayısını $-\frac{3}{2}$'ye böldüğümüzde bölüm, $-\frac{3}{2}$'nin çarpma işlemine göre tersinin ters işaretlisi $+\frac{2}{3}$ olur.

d. $\left(+\frac{5}{11}\right) \div 0 = \left(+\frac{5}{11}\right) \cdot \frac{1}{0}$

Bir tamsayının 0'a bölümü tanımsız olduğu için işlem devam ettirilemez. Buna göre $+\frac{5}{11}$'in 0'a bölümü tanımsız olur.

e. $0 \div \left(-\frac{2}{9}\right) = \frac{0}{1} \cdot \left(-\frac{9}{2}\right)$

$= \frac{0 \cdot (-9)}{1 \cdot 2}$

$= \frac{0}{2}$

$= 0$

0 sayısını $-\frac{2}{9}$'a böldüğümüzde bölüm 0 olur.

BİLGİ KUTUSU

- Bir rasyonel sayının +1'e bölümü, bu sayının kendisine eşittir.
- Bir rasyonel sayının −1'e bölümü, bu sayının toplama işlemine göre tersine eşittir.
- Bir rasyonel sayının 0'a bölümü tanımsızdır.
- +1'in bir rasyonel sayıya bölümü, bu sayının çarpma işlemine göre tersine eşittir.
- −1'in bir rasyonel sayıya bölümü bu sayının çarpma işlemine göre tersinin ters işaretlisine eşittir.
- 0'ın bir rasyonel sayıya bölümü 0'a eşittir.

Örnek

$\left(+3\frac{2}{5}\right) \div \left(-1\frac{1}{5}\right)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$+3\frac{2}{5}$ ve $-1\frac{1}{5}$ sayılarını önce bileşik kesir olarak yazalım sonra bölme işlemini yapalım.

$$\left(+3\frac{2}{5}\right) \div \left(-1\frac{1}{5}\right) = \left(+\frac{17}{5}\right) \div \left(-\frac{6}{5}\right)$$

$$= \left(+\frac{17}{\cancel{5}_{1}}\right) \cdot \left(-\frac{\cancel{5}^{1}}{6}\right)$$

$$= \frac{(+17)\cdot(-1)}{1\cdot 6}$$

$$= -\frac{17}{6} \quad \text{olur.}$$

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki işlemleri çözünüz.

a. $\left(+\frac{5}{9}\right) \div \left(+\frac{5}{6}\right)$

b. $\left(-\frac{3}{11}\right) \div \left(-\frac{9}{22}\right)$

c. $\left(+\frac{6}{15}\right) \div \left(-\frac{9}{2}\right)$

ç. $\left(-\frac{4}{7}\right) \div \left(+\frac{8}{14}\right)$

d. $\left(\frac{3}{7}\right) \div (+1)$

e. $\left(-\frac{8}{11}\right) \div (-1)$

f. $\left(+\frac{6}{11}\right) \div 0$

g. $(+1) \div \left(-\frac{5}{3}\right)$

h. $(-1) \div \left(+\frac{7}{8}\right)$

ı. $0 \div \left(-\frac{2}{3}\right)$

2. Aşağıdaki işlemleri çözünüz.

a. $\left(+1\frac{7}{8}\right) \div \left(+2\frac{1}{6}\right)$

b. $\left(-2\frac{4}{5}\right) \div \left(-1\frac{3}{15}\right)$

c. $\left(+4\frac{1}{2}\right) \div \left(-2\frac{1}{4}\right)$

ç. $\left(-3\frac{1}{3}\right) \div \left(2\frac{5}{6}\right)$

Rasyonel Sayıların Kuvveti

Bir çekirge ilk zıplamada $\frac{2}{3}$ metre, ikinci zıplamada ilk zıplama mesafesinin karesi kadar ileriye zıplıyor. Üçüncü zıplama da ilk zıplama mesafesinin küpü kadar ileriye zıplıyor.

Buna göre çekirgenin zıplamaya başladığı nokta ile üçüncü zıplama sonunda geldiği nokta arasındaki uzaklık kaç metredir?

Örnek

$\left(\frac{2}{5}\right)^2$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Bir rasyonel sayının kuvvet açılımı yapılırken, kuvvet kadar taban tekrarlı çarpılır. $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ ifadesinde $\left(\frac{2}{5}\right)$ taban, 2 kuvvettir.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{2\cdot 2}{5\cdot 5} = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$$

Örnek

$\left(-\frac{3}{4}\right)^2$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$\left(-\frac{3}{4}\right)^2$ ifadesinde $\left(-\frac{3}{4}\right)$ taban, 2 kuvvettir.

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{(-3)\cdot(-3)}{4\cdot 4} = \frac{(-3)^2}{4^2} = +\frac{9}{16}$$

Örnek

$\left(+2\frac{1}{3}\right)^2$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Önce $2\frac{1}{3}$ sayısını bileşik kesir şeklinde yazalım. Sonra rasyonel sayının karesini alalım.

$$\left(+2\frac{1}{3}\right)^2 = \left(+\frac{7}{3}\right)^2$$
$$= \left(+\frac{7}{3}\right)\cdot\left(+\frac{7}{3}\right)$$
$$= \frac{(+7)\cdot(+7)}{3\cdot 3}$$
$$= \frac{(+7)^2}{3^2}$$
$$= +\frac{49}{9}$$

BİLGİ KUTUSU

Sıfır hariç bütün rasyonel sayıların karesinin değeri pozitiftir.

Örnek

$\left(\frac{2}{3}\right)^3$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$\left(\frac{2}{3}\right)^3$ ifadesinde $\left(\frac{2}{3}\right)$ taban, 3 kuvvettir.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)$$
$$= \frac{2\cdot 2\cdot 2}{3\cdot 3\cdot 3}$$
$$= \frac{2^3}{3^3}$$
$$= \frac{8}{27}$$

Örnek

$\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ ifadesinde $\left(-\frac{1}{2}\right)$ taban, 3 kuvvettir.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$= \frac{(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)}{2\cdot 2\cdot 2}$$
$$= \frac{(-1)^3}{2^3}$$
$$= -\frac{1}{8}$$

Örnek

$\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Önce $1\frac{1}{3}$ sayısını bileşik kesir şeklinde yazalım. Sonra rasyonel sayının karesini alalım.

$$\left(-1\frac{1}{3}\right)^3 = \left(-\frac{4}{3}\right)^3$$
$$= \left(-\frac{4}{3}\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)$$
$$= \frac{(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)}{3\cdot 3\cdot 3}$$
$$= \frac{(-4)^3}{3^3}$$
$$= -\frac{64}{27} \text{ olur.}$$

BİLGİ KUTUSU

- Pozitif rasyonel sayıların küpünün değeri pozitiftir.
- Negatif rasyonel sayıların küpünün değeri negatiftir.

ALIŞTIRMALAR

1. **Aşağıdaki işlemleri çözünüz.**

a. $\left(-\frac{1}{5}\right)^2$ =...

b. $\left(-\frac{2}{7}\right)^2$ =...

c. $\left(+1\frac{3}{5}\right)^8$ =...

ç. $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ =...

d. $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$ =...

e. $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3$ =...

2. **Aşağıdaki eşitliklerden doğru olanın başına** “D” **yanlış olanın başına** “Y” **yazınız.**

( ) $\left(-\frac{4}{5}\right)^2 = -\frac{16}{25}$

( ) $\left(+\frac{5}{9}\right)^2 = \frac{5^2}{9^2}$

( ) $\left(-\frac{4}{7}\right)^3 = -\frac{4^3}{7^3}$

( ) $\left(+3\frac{2}{3}\right)^2 = +\frac{11^2}{3^2}$

( ) $\left(-\frac{8}{9}\right)^2 = +\frac{8^3}{9^3}$

Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler

Yazılı sınavda sorulan yandaki sorunun cevabını Ahmet $-\frac{11}{6}$, Ayşe $+\frac{5}{6}$ buluyor. Ahmet ve Ayşe'nin cevaplarından hangisinin doğru olduğunu bulunuz.

> Soru: $\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)$
> işleminin sonucu kaçtır?

Örnek

$\left[\left(+\frac{7}{2}\right)+\left(-\frac{5}{4}\right)\right]\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Rasyonel sayılarla yapılan çok adımlı işlemlerde, tam sayılarda olduğu gibi önce ayraç (parantez) içindeki işlemler yapılır.

$$\left[\left(+\frac{7}{2}\right)+\left(-\frac{5}{4}\right)\right]\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)=\left[\left(+\underset{(2)}{\frac{7}{2}}\right)+\left(-\underset{(1)}{\frac{5}{4}}\right)\right]\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$$

Köşeli parantez içindeki toplama işlemini yapabilmek için sayıların paydalarını eşitleyelim.

$$=\left[\left(+\frac{14}{4}\right)+\left(-\frac{5}{4}\right)\right].\left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$=\left[\frac{(+14)+(-5)}{4}\right]\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$=\left(+\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{4}}}\right)\cdot\left(-\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$$

Paylar ile paydalar arasında sadeleştirme yapalım.

$$=\frac{(+3)\cdot(-1)}{2\cdot 1}$$

$$=-\frac{3}{2}\text{ olur.}$$

BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılarda çok adımlı işlemlerde işlem önceliği "( ), [ ]" gibi ayraçlarla (parantezlerle) belirlenir. Çözüme en içteki ayraçtan başlanır.

Eğer işlem önceliği ayraçlarla belirtilmemiş ise işlem sırası aşağıdaki gibidir:

- Kuvvet alınır.
- Çarpma ve bölmeler yapılır.
- Toplama ve çıkarmalar yapılır.
- Çarpma ve bölme aynı sırada verilmiş ise önce soldaki işlem yapılır.

Örnek

$\left(-\frac{4}{5}\right) \div \left(+\frac{8}{15}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Ayraçla işlem önceliği belirtilmediği için önce soldaki işlem yani bölme işlemi sonra toplama işlemi yapılır.

$$\left(-\frac{4}{5}\right) \div \left(+\frac{8}{15}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) = \left[\left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(+\frac{15}{8}\right)\right] + \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left[\left(-\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\right) \cdot \left(+\frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{2}{\cancel{8}}}\right)\right] + \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left[\frac{(-1)\cdot(+3)}{1 \cdot 2}\right] + \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{(-3)+(-1)}{2}$$

$$= -\frac{4}{2}$$

$$= -2 \text{ olur.}$$

Örnek

$\left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(+\frac{25}{8}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(+\frac{25}{8}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(+\frac{3^2}{5^2}\right) \cdot \left(+\frac{25}{8}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$$

Kuvvet alalım.

$$= \left(+\frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{25}}}\right) \cdot \left(+\frac{\overset{1}{\cancel{25}}}{\underset{2}{\cancel{18}}}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$$

Çarpma işlemini yapmadan önce paylar ile paydalar arasında sadeleştirme yapalım.

$$= \left(+\frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 2}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= \left(+\frac{1}{\underset{(3)}{2}}\right) + \left(-\frac{1}{\underset{(2)}{3}}\right)$$

$$= \frac{(+3)+(-2)}{6}$$

$$= +\frac{1}{6}$$

Örnek

$\left(-\frac{7}{9}\right)^3 \div \left(+\frac{7}{9}\right)^3$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$$\left(-\frac{7}{9}\right)^3 \div \left(+\frac{7}{9}\right)^3 = \left(-\frac{7^3}{9^3}\right) \div \left(+\frac{7^3}{9^3}\right)$$

Kuvvet alalım.

$$= \left(-\frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{9 \cdot 9 \cdot 9}\right) \div \left(+\frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{9 \cdot 9 \cdot 9}\right)$$

$$= \left(-\frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{9 \cdot 9 \cdot 9}\right) \cdot \left(+\frac{9 \cdot 9 \cdot 9}{7 \cdot 7 \cdot 7}\right)$$

Bölüneni, bölenin çarpmaya göre tersi ile çarpalım.

$$= -\frac{\overset{1}{\cancel{7}} \cdot \overset{1}{\cancel{7}} \cdot \overset{1}{\cancel{7}} \cdot \overset{1}{\cancel{9}} \cdot \overset{1}{\cancel{9}} \cdot \overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{9}} \cdot \underset{1}{\cancel{9}} \cdot \underset{1}{\cancel{9}} \cdot \underset{1}{\cancel{7}} \cdot \underset{1}{\cancel{7}} \cdot \underset{1}{\cancel{7}}}$$

Zıt işaretli iki rasyonel sayının çarpımının işareti negatiftir.

$$= -\frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}$$

$= -1$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Rasyonel sayılarda çok adımlı işlemlerde birden fazla kesir çizgisi varsa işlem önceliği eşittir sembolünün hizasındaki kesir çizgisine göre belirlenir. Eşittir sembolü hizasındaki kesir çizgisi bölme işlemi olarak kabul edilir. Bu kesir çizgisinin belirttiği bölme işlemi yapılmadan önce pay ve paydadaki işlemler yapılır.

Örnek

$\dfrac{+\frac{4}{11}}{-\frac{12}{22}}$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Soruda eşittir sembolü olmadığı için soru cümlesi hizasındaki kesir çizgisi bölme işlemini belirten kesir çizgisidir.

$$\frac{+\frac{4}{11}}{-\frac{12}{22}} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{Pay (Bölünen)} \\ \rightarrow \text{Payda (Bölen)} \end{array}$$

Bölüneni, bölenin çarpma işlemine göre tersi ile çarpalım.

$$\frac{+\frac{4}{11}}{-\frac{12}{22}} = \left(+\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{11}_{1}}\right)\cdot\left(-\frac{\cancel{22}^{2}}{\cancel{12}_{3}}\right)$$

$$= \frac{(+1)\cdot(-2)}{1\cdot 3}$$

$$= -\frac{2}{3}$$

Örnek

$$\frac{\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)}{\left(+\frac{7}{15}\right)\cdot\left(-\frac{9}{5}\right)}$$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Soruda eşittir sembolü olmadığı için soru cümlesi hizasındaki kesir çizgisi bölme işlemini belirten kesir çizgisidir. Bu kesir çizgisinin belirttiği bölme işlemini yapmadan önce pay ve paydadaki toplama ve çarpma işlemlerini yapalım.

$$\frac{\left(+\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)}{\left(+\frac{7}{\cancel{15}_{5}}\right)\cdot\left(-\frac{\cancel{9}^{3}}{5}\right)} = \frac{\frac{(+2)+(-3)}{5}}{\frac{(+7)\cdot(-3)}{5\cdot 5}}$$

$$= \frac{-\frac{1}{5}}{-\frac{21}{25}} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{Pay (Bölünen)} \\ \rightarrow \text{Payda (Bölen)} \end{array}$$

Bölüneni, bölenin çarpma işlemine göre tersi ile çarpalım.

$$= \left(-\frac{1}{\cancel{5}_{1}}\right)\cdot\left(-\frac{\cancel{25}^{5}}{21}\right)$$

$$= \frac{(-1)\cdot(-5)}{1\cdot 21} = +\frac{5}{21} \text{ olur.}$$

Örnek

$\dfrac{4}{3+\dfrac{1}{2}}$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

Soruda eşittir sembolü olmadığı için soru cümlesi hizasındaki kesir çizgisi bölme işlemini belirten kesir çizgisidir.

$$\frac{4}{3+\frac{1}{2}} = \frac{4}{\frac{3}{\underset{(2)}{1}}+\frac{1}{\underset{(1)}{2}}} = \frac{4}{\frac{6+1}{2}} = \frac{4}{\frac{7}{2}} = \frac{\frac{4}{1}}{\frac{7}{2}} = \frac{4}{1}\cdot\frac{2}{7} = \frac{8}{7}$$

Örnek

$\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{2}}}$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$$\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}} = \frac{1}{1-\frac{1}{\frac{1}{\underset{(2)}{1}}-\frac{1}{\underset{(1)}{2}}}} = \frac{1}{1-\frac{1}{\frac{2-1}{2}}} = \frac{1}{1-\frac{1}{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{1-\frac{1}{1}\cdot\frac{2}{1}} = \frac{1}{1-\frac{2}{1}} = \frac{1}{1-2} = -1$$

Örnek

$\dfrac{2+\dfrac{2+\dfrac{1}{2}}{2}}{2}$ **işlemini çözelim.**

Çözüm

$$\frac{2+\frac{2+\frac{1}{2}}{2}}{2} = \frac{2+\frac{\frac{2}{\underset{(2)}{1}}+\frac{1}{\underset{(1)}{2}}}{2}}{2} = \frac{2+\frac{\frac{4+1}{2}}{2}}{2} = \frac{2+\frac{\frac{5}{2}}{2}}{2} = \frac{2+\frac{\frac{5}{2}}{\frac{2}{1}}}{2} = \frac{2+\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{2}}{2} = \frac{2+\frac{5\cdot 1}{2\cdot 2}}{2}$$

$$= \frac{2+\frac{5}{4}}{2} = \frac{\frac{2}{\underset{(4)}{1}}+\frac{5}{\underset{(1)}{4}}}{2} = \frac{\frac{8+5}{4}}{2} = \frac{\frac{13}{4}}{2} = \frac{\frac{13}{4}}{\frac{2}{1}} = \frac{13}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{13\cdot 1}{4\cdot 2} = \frac{13}{8}$$

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki işlemleri çözünüz.

a. $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)\right]\div\left(-\frac{5}{6}\right)$

b. $\left[\left(-\frac{7}{3}\right)+\left(-\frac{8}{15}\right)\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)\right]\cdot\left(-\frac{7}{6}\right)$

2. Aşağıdaki işlemleri çözünüz.

a. $\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(+\frac{15}{8}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$

b. $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{5}{18}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)$

3. Aşağıdaki işlemleri çözünüz.

a. $\left(-\frac{3}{5}\right)^2\cdot\left(+\frac{5}{6}\right)^2$

b. $\left(-\frac{5}{8}\right)^3\div\left(+\frac{5}{8}\right)^3$

4. $\dfrac{-\frac{3}{4}}{+\frac{9}{8}}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

5. $\dfrac{\frac{3}{4}}{5}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

6. $\dfrac{\left(-\frac{5}{2}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)}{\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(+\frac{11}{4}\right)}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

7. $\dfrac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

8. $\dfrac{3}{2}+\dfrac{5-\frac{3}{2}}{2+\frac{1}{2}}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

9. $2+\dfrac{1}{2+\frac{1}{2}}$ **işleminin sonucu kaçtır?**

Rasyonel Sayılarla Problemler

Rasyonel sayılarla ilgili problemleri çözerken tam sayı problemlerinde olduğu gibi problemi anlamak için öncelikle verilenler ile istenenleri belirleriz. Belirlediğimiz verilen ve istenenler doğrultusunda problemin çözümünü planlar daha sonra da problemin çözümüne geçeriz.

Problem

Bir marketin manav reyonundaki kirazların öğleden önce $\frac{2}{5}$'i, öğleden sonra $\frac{1}{3}$'ü satılıyor.

Günün sonunda kirazların kaçta kaçının satıldığını bulalım.

Problemi Anlayalım

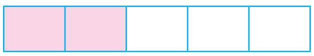
Verilenler: Kirazların öğleden önce $\frac{2}{5}$'i, öğleden sonra tüm kirazların $\frac{1}{3}$'ü satılıyor.

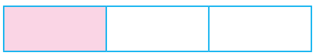
İstenenler: Günün sonunda kirazların kaçta kaçı satılmıştır?

Çözümü Planlayalım

Satılan kirazların oranını bulmak için sabah satılan kiraz oranı ile öğleden sonra satılan kiraz oranını toplayalım. Tüm kiraz oranını bir bütün kabul edelim. Bulduğumuz toplamı bütünden çıkaralım.

Problemi Çözelim

 → $\frac{2}{5}$ öğleden önce satılan kirazlar.

 → $\frac{1}{3}$ öğleden sonra satılan kirazlar.

Satılan kirazlar tüm kirazların;

$$\underset{(3)}{\frac{2}{5}} + \underset{(5)}{\frac{1}{3}} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$$ 'i kadarıdır.

Kirazların tamamına $\frac{15}{15}$ diyelim. Kalan kirazlar tüm kirazların;

$\frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$'i kadar olur.

Problem

Aslı yeni aldığı 150 sayfalık kitabın birinci gün $\frac{1}{6}$'sını, ikinci gün kalanın $\frac{2}{5}$'ini okuyor.

İkinci günün sonunda Aslı'nın toplam kaç sayfa kitap okuduğunu bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Kitabın tamamı 150 sayfadır. Aslı birinci gün kitabın $\frac{1}{6}$'sını okuyor. İkinci gün kalan sayfaların $\frac{2}{5}$'ini okuyor.

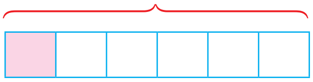
İstenenler: İkinci günün sonunda okunan toplam sayfa sayısı kaçtır?

Çözümü Planlayalım

Birinci gün okunan sayfa sayısını bulalım. İkinci gün okunan sayfa sayısını bulalım. Bulduğumuz sonuçları toplayalım.

Problemi Çözelim

150 sayfa kitabın tamamı



$\frac{1}{6}$ birinci gün okunan sayfalar

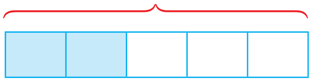
Birinci gün okunan sayfa sayısı;

$150 \cdot \frac{1}{6} = \frac{150}{1} \cdot \frac{1}{6} = \frac{150}{6} = 25$ sayfadır.

Birinci günün sonunda kalan sayfa sayısı;

$150 - 25 = 125$ olur.

125 sayfa ikinci güne kalan sayfa sayısı



$\frac{2}{5}$ ikinci gün okunan sayfalar

İkinci gün sayfa sayısı;

$125 \cdot \frac{2}{5} = \frac{\overset{25}{\cancel{125}}}{1} \cdot \frac{2}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{25 . 2}{1} = 50$ sayfadır.

İkinci günün sonunda okunan toplam sayfa sayısı;

$25 + 50 = 75$ sayfa olur.

Problem

Bir yolcu otobüsü gideceği yolun $\frac{3}{10}$'unu gittikten sonra mola veriyor. Bu otobüs, 40 km daha gitseydi yolun yarısını gitmiş olacaktı.

Buna göre yolun tamamının kaç km olduğunu bulalım.

Problemi Anlayalım

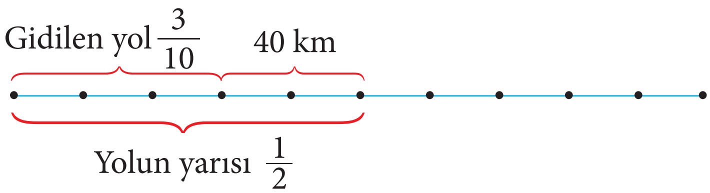
Verilenler: Otobüs gideceği yolun $\frac{3}{10}$'unu gidiyor. Gidilen yol ile yolun yarısı arasındaki mesafe 40 km'dir.

İstenenler: Yolun tamamı kaç km'dir?

Çözümü Planlayalım

Yolun yarısını gösteren rasyonel sayıdan gidilen yolu gösteren rasyonel sayıyı çıkaralım. Bulduğumuz rasyonel sayı yolun gidilmesi gereken 40 km'sini gösterir. 40'ı bulduğumuz rasyonel sayıya bölerek yolun tamamını bulalım.

Problemi Çözelim



Yolun yarısı ile gidilen yol arasındaki fark

$$\underset{(5)}{\frac{1}{2}} - \underset{(1)}{\frac{3}{10}} = \frac{5-3}{10} = \frac{2}{10} \text{ olur.}$$

$\frac{2}{10}$'u 40 km olan yolun tamamı;

$$40 \div \frac{2}{10} = \frac{40}{1} \cdot \frac{10}{2} = \frac{400}{2} = 200 \text{ km'dir.}$$

PROBLEMLER

1. Bir ailenin aylık geliri 2340 liradır. Bu gelirin $\frac{1}{5}$'i kira, $\frac{1}{9}$'u yakıt, $\frac{1}{6}$'sı faturalar ve $\frac{1}{12}$'si diğer harcamalar için kullanılmaktadır.

Tüm harcamalar yapıldıktan sonra kalan para kaç liradır?

2. Ahmet Bey 120 metre uzunluğundaki bir top kumaşın ilk hafta $\frac{1}{6}$'sını satıyor. İkinci hafta kalan kumaşın $\frac{3}{5}$'ini satıyor.

İkinci haftanın sonunda satılmayan kumaş kaç metredir?

3. Bir kuru yemişçi aşağıdaki tabloda verilen miktarlarda kuru yemişleri karıştırıyor. Hazırladığı karışımı eşit büyüklükte 8 paket yaparak satışa sunuyor.

	Karşımdaki Kuru Yemiş Miktarı (Kg)
Fındık	$2\frac{2}{5}$
Fıstık	$1\frac{3}{10}$
Leblebi	$2\frac{1}{2}$

Kuru yemişçinin hazırladığı her bir karışım paketi kaçar gramdır?

4. 50 litre su alabilen bir akvaryumun $\frac{2}{5}$'i su doludur. Boş kısmı $2\frac{1}{2}$ litre su alabilen pet şişe ile tamamen doldurulmak isteniyor.

Akvaryumu tamamen doldurmak için kaç tane pet şişe su gereklidir?

5. Bir çiftçi tarlasının birinci gün $\frac{2}{7}$'sini suluyor. İkinci gün, birinci gün suladığı alanın 2 katı kadarını suluyor.

Buna göre çiftçi, ikinci günün sonunda tarlasının kaçta kaçını sulamıştır?

2. ÜNİTE ÖZETİ

RASYONEL SAYILAR

- a ve b birer tamsayı ve b sıfırdan farklı ($b \neq 0$) olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilen sayılara **rasyonel sayı** denir. Rasyonel sayıların oluşturduğu kümeye ise **rasyonel sayılar kümesi** denir. Rasyonel sayılar kümesi **Q** ile gösterilir.

- 0'dan küçük rasyonel sayıların oluşturduğu kümeye **negatif rasyonel sayılar kümesi** denir ve $\mathbf{Q}^-$ sembolü ile gösterilir. 0'dan büyük rasyonel sayıların oluşturduğu kümeye **pozitif rasyonel sayılar kümesi** denir ve $\mathbf{Q}^+$ sembolü ile gösterilir.

Rasyonel Sayıların Ondalık Gösterimi

- Bir rasyonel sayının virgül kullanılarak yazılış biçimine bu rasyonel sayının **ondalık gösterimi** denir. Ondalık gösterim iki şekilde yazılabilir. Bunlar;

  1. Rasyonel sayının paydası 10 veya 10'un doğal sayı kuvveti olacak şekilde genişletilir.

  2. Rasyonel sayının payı paydasına bölünür.

- Bir rasyonel sayı ondalık gösterim şeklinde yazıldığında, ondalık kısımdaki sayıların tamamı ya da bir kısmı sürekli tekrar edebilir. Buna rasyonel sayının **devirli ondalık gösterimi** denir. Devreden (tekrar eden) sayıların üzerine çizgi (–) çizilir. Bu çizgiye **devir çizgisi** denir.

- $ab,c\overline{d}$ devirli ondalık gösterimi rasyonel sayı olarak yazılırken aşağıdaki kural kullanılır.

Virgül ve devreden dikkate alınmadan oluşan sayı

Devreden kısım atıldıktan sonra virgül dikkate alınmadan oluşan sayı

$$ab,c\overline{d} = \frac{abcd - abc}{90}$$

Devreden ondalık basamak sayısı kadar "9"

Devretmeyen ondalık basamak sayısı kadar "0"

- Eğer verilen ondalık gösteriminde devretmeyen ondalık basamak sayısı yoksa paydaya sıfır yazılmaz.

RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER

Rasyonel Sayıları Sıralama ve Karşılaştırma

- Sayı doğrusunda sayılar soldan sağa doğru ilerledikçe büyür.
- Pozitif rasyonel sayılar negatif rasyonel sayılardan büyüktür.
- Pozitif rasyonel sayılar sıfıra yaklaştıkça küçülür, sıfırdan uzaklaştıkça büyür.
- Negatif rasyonel sayılar sıfıra yaklaştıkça büyür, sıfırdan uzaklaştıkça küçülür.

Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemi

- Rasyonel sayılarla toplama işlemi yapılırken önce paydalar eşit değilse eşitlenir. Daha sonra paylar toplamı sonucun payına yazılır. Ortak payda ise sonucun paydasına yazılır.
- Rasyonel sayılarla çıkarma işlemi yapılırken önce paydalar eşit değilse eşitlenir. Daha sonra paylar farkı sonucun payına yazılır. Ortak payda ise sonucun paydasına yazılır.
- Toplama işleminin değişme ve birleşme özelliği vardır.
- Toplama işleminin etkisiz elemanı 0'dır.
- Toplama işlemine göre bir rasyonel sayını tersi, o sayının zıt işaretlisidir.

Rasyonel Sayılarla Çarpma İşlemi

- Rasyonel sayılar kümesinde çarpma işlemi yapılırken;
  1. Tam sayılı kesir şeklinde olan sayılar bileşik kesir olarak yazılır,
  2. Paylar ile paydalar arasında varsa sadeleştirmeler yapılır,
  3. Paylar çarpımı sonucun payı, paydalar çarpımı sonucun paydası olarak yazılır,
  4. Çarpımın işareti tam sayılarda olduğu gibi belirlenir.
  5. Bir tam sayı ile rasyonel sayı çarpılırken tam sayı paydası bir olan rasyonel sayı olarak yazılır ve yukarıdaki sıralama izlenir.
- Çarpma işleminin değişme ve birleşme özelliği vardır.
- Çarpma işleminin etkisiz elemanı +1, yutan elemanı 0'dır.
- Bir rasyonel sayının –1 ile çarpımı, o sayının toplama işlemine göre ters elemanıdır.
- Çarpma işlemine göre bir rasyonel sayının tersi, o sayının payı ile paydasının yer değiştirmesiyle oluşan rasyonel sayıdır.
- Değeri 0 olan rasyonel sayıların çarpma işlemine göre tersi yoktur.
- Çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.

Rasyonel Sayılarla Bölme İşlemi

- Rasyonel sayılar kümesinde bölme işlemi yapılırken bölüneni, bölenin çarpma işlemine göre tersi ile çarpılarak bölüm bulunur. Bölümün işareti ise tam sayılarda bölme işleminde olduğu gibi belirlenir.
- Bir rasyonel sayının +1'e bölümü, bu sayının kendisine eşittir.
- Bir rasyonel sayının –1'e bölümü, bu sayının toplama işlemine göre tersine eşittir.
- Bir rasyonel sayının 0'a bölümü tanımsızdır.
- +1'in bir rasyonel sayıya bölümü, bu sayının çarpma işlemine göre tersine eşittir.
- –1'in bir rasyonel sayıya bölümü bu sayının çarpma işlemine göre tersinin ters işaretlisine eşittir.
- 0'ın bir rasyonel sayıya bölümü 0'a eşittir.

Rasyonel Sayıların Kuvveti

- Sıfır hariç bütün rasyonel sayıların karesinin değeri pozitiftir.
- Pozitif rasyonel sayıların küpünün değeri pozitiftir.
- Negatif rasyonel sayıların küpünün değeri negatiftir.

Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler

- Rasyonel sayılarda çok adımlı işlemlerde işlem önceliği "( ), [ ]" gibi ayraçlarla (parantezlerle) belirlenir. Çözüme en içteki ayraçtan başlanır.
- Eğer işlem önceliği ayraçlarla belirtilmemiş ise işlem sırası aşağıdaki gibidir:

  1. Kuvvet alınır.

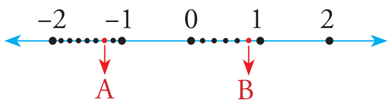
  2. Çarpma ve bölmeler yapılır.

  3. Toplama ve çıkarmalar yapılır.

  4. Çarpma ve bölme aynı sırada verilmiş ise önce soldaki işlem yapılır.
- Rasyonel sayılarda çok adımlı işlemlerde birden fazla kesir çizgisi varsa işlem önceliği eşittir sembolünün hizasındaki kesir çizgisine göre belirlenir. Eşittir sembolü hizasındaki kesir çizgisi bölme işlemi olarak kabul edilir. Bu kesir çizgisinin belirttiği bölme işlemi yapılmadan önce pay ve paydadaki işlemler yapılır.

2. ÜNİTE
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME SORULARI

1.



Yukarıdaki sayı doğrusunda işaretli A ve B noktalarına karşılık gelen rasyonel sayılar sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{8}$ ve $\frac{1}{6}$

B) $-1\frac{1}{8}$ ve $1\frac{1}{8}$

C) $-1\frac{2}{8}$ ve $\frac{5}{6}$

D) $-\frac{5}{6}$ ve $\frac{2}{8}$

2. $\frac{13}{8}$ **rasyonel sayısının ondalık gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 0,1625 B) 1,625

C) 16,25 D) 162,5

3. $-\frac{3}{25}$ **rasyonel sayısının ondalık gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –0,6 B) –0,06

C) –0,012 D) –0,12

HAYAT BOYU ÖĞRENME

4. $4\frac{1}{3}$ **rasyonel sayısının devirli ondalık gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $4,\overline{3}$ B) $4,0\overline{3}$

C) $4,\overline{03}$ D) $0,0\overline{3}$

5. $5,0\overline{2}$ **devirli ondalık gösteriminin rasyonel sayı olarak yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{50}{9}$ B) $\frac{50}{99}$

C) $\frac{226}{45}$ D) $\frac{452}{99}$

6. $-\frac{3}{5}, \frac{1}{5}, -1\frac{2}{5}, \frac{4}{5}$

rasyonel sayılarının küçükten büyüğe doğru sembol kullanarak sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{3}{5} < -1\frac{2}{5} < \frac{1}{5} < \frac{4}{5}$

B) $-1\frac{2}{5} < -\frac{3}{5} < \frac{1}{5} < \frac{4}{5}$

C) $-\frac{3}{5} < -1\frac{2}{5} < \frac{4}{5} < \frac{1}{5}$

D) $-1\frac{2}{5} < -\frac{3}{5} < \frac{4}{5} < \frac{1}{5}$

7. $-\frac{3}{4}, \frac{1}{5}, -1\frac{1}{2}, \frac{6}{7}$

rasyonel sayılarının küçükten büyüğe doğru sembol kullanarak sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-1\frac{1}{2} < -\frac{3}{4} < \frac{1}{5} < \frac{6}{7}$

B) $-1\frac{1}{2} < \frac{1}{5} < -\frac{3}{4} < \frac{6}{7}$

C) $-\frac{3}{4} < -1\frac{1}{2} < \frac{6}{7} < \frac{1}{5}$

D) $-1\frac{1}{2} < -\frac{3}{4} < \frac{6}{7} < \frac{1}{5}$

8. $\left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-1\frac{3}{4}\right)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $+\frac{51}{20}$ B) $+\frac{31}{20}$

C) $-\frac{1}{20}$ D) $-\frac{19}{20}$

9. $\left[\left(+\frac{5}{8}\right) + \left(+\frac{3}{4}\right)\right] + a = \left(+\frac{3}{4}\right) + \left[\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(+\frac{5}{8}\right)\right]$

olduğuna göre a kaçtır?

A) $+\frac{5}{8}$ B) $-\frac{5}{8}$

C) $-\frac{8}{5}$ D) $-\frac{2}{3}$

10. $\left(+\frac{5}{8}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{5}{2}\right)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{17}{8}$ B) $-\frac{13}{8}$

C) $+\frac{23}{8}$ D) $-\frac{2}{3}$

11. $\left(-\frac{4}{11}\right) \cdot \left(-1\frac{3}{8}\right)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{3}{22}$ B) $+\frac{3}{22}$

C) $+\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$

12. $\left(+\frac{7}{15}\right) \cdot \left(-2\frac{3}{5}\right) = ▲ \cdot \left(-\frac{13}{5}\right)$

olduğuna göre ▲ yerine gelecek sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{7}{15}$ B) $-\frac{7}{15}$

C) $-\frac{3}{22}$ D) $-\frac{13}{15}$

13. $-\frac{4}{5}$'in toplama işlemine göre tersi ■, $+\frac{2}{3}$'ün çarpma işlemine göre tersi ▲ dir.

Buna göre ■ + ▲ kaçtır?

A) $+\frac{23}{10}$ B) $-\frac{23}{10}$

C) $+\frac{2}{15}$ D) $-\frac{2}{15}$

HAYAT BOYU ÖĞRENME

14. **Aşağıda rasyonel sayılar kümesi için işlem özellikleri verilmiştir.**

I. Toplama işleminin etkisiz elemanı –1'dir

II. Çarpma işleminin yutan elemanı 0'dır.

III. Bölme işleminin değişme özelliği vardır.

Bu özelliklerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I
B) Yalnız II
C) I ve II
D) I ve III

15. $\left(-1\frac{3}{4}\right) \div \left(+2\frac{1}{6}\right)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{9}{4}$
B) $+\frac{9}{4}$
C) $-\frac{21}{26}$
D) $+\frac{21}{26}$

16. **Aşağıdakilerden hangisinin sonucu negatif rasyonel sayıdır?**

A) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$
B) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$
C) $-\left(-\frac{1}{2}\right)^3$
D) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

17. $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{5}{16}\right) \cdot \left(-\frac{4}{15}\right)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{15}$
B) $-\frac{2}{15}$
C) $-\frac{3}{15}$
D) $-\frac{5}{24}$

18. $\dfrac{2 + \frac{2}{3}}{4}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{3}$
B) $\frac{3}{2}$
C) $\frac{3}{32}$
D) $\frac{32}{3}$

HAYAT BOYU ÖĞRENME

19. Barış, $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ sorusunu çözerken yanlışlıkla pay ile paydanın yerini değiştirerek çözüyor.

Barış'ın bulduğu sonuç ile gerçek sonucun çarpımı kaçtır?

A) –1
B) +1
C) $-\frac{2}{3}$
D) $+\frac{2}{3}$

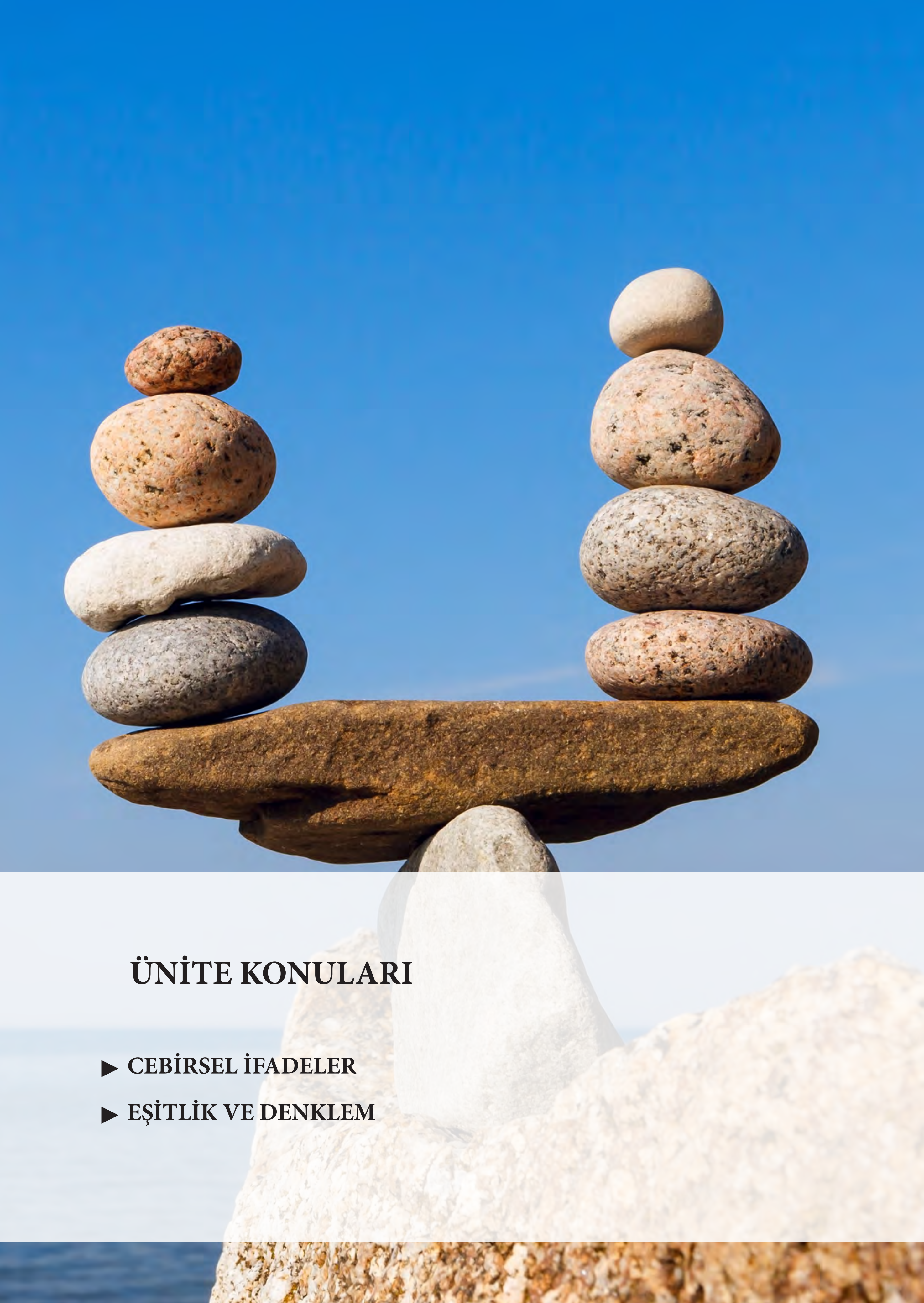
20. Aslı, ders kitabındaki rasyonel sayılarla ilgili soruların $\frac{2}{5}$'ini cumartesi çözüyor. Kalan soruların $\frac{1}{3}$'ünü pazar günü çözüyor.

Aslı'nın ders kitabında, rasyonel sayılarla ilgili çözülmeyen 30 soru kaldığına göre toplam soru sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 45
B) 60
C) 75
D) 90

3. ÜNİTE

CEBİR



ÜNİTE KONULARI

- ▶ CEBİRSEL İFADELER
- ▶ EŞİTLİK VE DENKLEM

3. ÜNİTE

• CEBİRSEL İFADELER
• EŞİTLİK VE DENKLEM

NELER ÖĞRENECEĞİZ ?

Bu ünitenin birinci bölümünü tamamladığınızda;

- Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapmayı,
- Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpmayı,
- Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade etmeyi, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulmayı öğreneceksiniz.

Bu ünitenin ikinci bölümünü tamamladığınızda;

- Eşitliğin korunumu ilkesini,
- Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanımayı ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı,
- Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözmeyi,
- Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözmeyi öğreneceksiniz.

ANAHTAR KAVRAMLAR

- eşitlik
- bilinmeyen
- derece
- denklem

CEBİRSEL İFADELER

Cebirsel İfadeler

"Ahmet'in yaşı, kardeşinin yaşının 2 katının 3 fazlasına eşittir." ifadesini cebirsel olarak nasıl ifade edersiniz?

Örnek

Aşağıdaki ifadeleri cebirsel ifade olarak yazalım.

a. "Ayşe'nin yaşı"

b. "Bir sayının 3 fazlası"

c. "Ali'nin parasının 2 katı"

ç. "Bir sayının yarısı"

d. "Bir sayının 5 eksiği"

e. "Ada'nın kalemlerinin 3 katının 7 fazlası"

f. "Ada'nın kalemlerinin 7 fazlasının 3 katı"

g. "Savaş'ın yaşının 6 fazlasının yarısı"

ğ. "Bir sayının yarısının 9 eksiği"

h. "Bir sayının 2 katı ile bu sayının $\frac{2}{3}$'ünün toplamı"

Çözüm

a. "Ayşe'nin yaşı" ifadesinde Ayşe'nin yaşını bilmediğimiz için yaşını bir harf ile gösterelim. Matematikte bilinmeyeni göstermek için en sık kullanılan harf x'tir. Buna göre "Ayşe'nin yaşı" sözel ifadesinin cebirsel ifadesi x olur.

b. "Bir sayının 3 fazlası" ifadesinde sayısal değerini bilmediğimiz "bir sayı", x olsun.

Sözel İfade	Cebirsel İfade
"Bir sayının 3 fazlası"	$x + 3$

c. "Ali'nin parasının 2 katı" ifadesinde sayısal değerini bilmediğimiz "Ali'nin parası", a olsun.

Sözel İfade	Cebirsel İfade
"Ali'nin parasının 2 katı"	$2 . a$ ya da $2a$

Bir sayı ile harfin çarpımı yazılırken genellikle araya çarpma sembolü yazılmaz.

ç. "Bir sayının yarısı" ifadesinde "bir sayı", x olsun.

Sözel İfade	Cebirsel İfade
"Bir sayının yarısı"	$\frac{x}{2}$

d. "Bir sayının 5 eksiği" ifadesinde "bir sayı", b olsun.

Sözel İfade	Cebirsel İfade
"Bir sayının 5 eksiği"	$b - 5$

e. "Ada'nın kalemlerinin 3 katının 7 fazlası" ifadesinde Ada'nın kalemlerinin miktarı, a olsun.

Sözel İfade	Cebirsel İfade
"Ada'nın kalemlerinin 3 katının 7 fazlası"	$3a + 7$

f. "Ada'nın kalemlerinin 7 fazlasının 3 katı" ifadesinde Ada'nın kalemlerinin miktarı, a olsun.

Sözel İfade	Cebirsel İfade
"Ada'nın kalemlerinin 7 fazlasının 3 katı"	$3 \cdot (a + 7)$

Önce toplama yapmamız gerektiği için a + 7 ifadesini parantez içine alırız.

g. "Savaş'ın yaşının 6 fazlasının yarısı" ifadesinde sayısal değerini bilmediğimiz "Savaş'ın yaşı" x olsun.

Sözel İfade	Cebirsel İfade
"Savaş'ın yaşının 6 fazlasının yarısı"	$\frac{x + 6}{2}$ ya da $(x + 6) \div 2$

ğ. "Bir sayının yarısının 9 eksiği" ifadesinde "bir sayı", x olsun.

Sözel İfade	Cebirsel İfade
"Bir sayının yarısının 9 eksiği"	$\frac{x}{2} - 9$ ya da $(x \div 2) - 9$

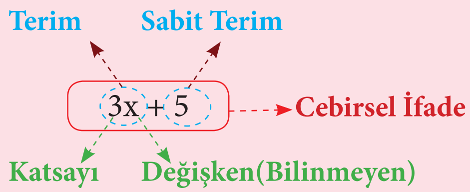
h. "Bir sayının 2 katı ile bu sayının $\frac{2}{3}$'ünün toplamı" ifadesinde "bir sayı", x olsun.

Sözel İfade	Cebirsel İfade
"Bir sayının 2 katı ile bu sayının $\frac{2}{3}$'ünün toplamı"	$2x + x \cdot \frac{2}{3}$ ya da $2x + \frac{2x}{3}$

BİLGİ KUTUSU

Sözel bir ifadede, sayısal değerin bilinmediği kısım için bilinmeyeni temsil eden harf ya da sembol kullanılır. Harf ya da sembol kullanılarak oluşturulan matematiksel ifadelere **cebirsel ifade** denir.

Bir cebirsel ifadede matematiksel işlemler arasında kalan her bir ifadeye **terim**, bir terimin içindeki harf ya da sembole **bilinmeyen (değişken),** bilinmeyenin solunda olan sayıya **katsayı** denir. Değişkeni olmayan terime de **sabit terim** denir.



Örnek

5x – y + 8x + 4 **cebirsel ifadesindeki terimleri, değişkenleri, terimlerin katsayılarını ve sabit terimi yazalım.**

Çözüm

5x – y + 8x + 4 cebirsel ifadesinde;

Terimler : +5x, −y, +8x ve +4’tür.

Değişkenler : x ve y’dir.

Terimlerin Katsayıları : +5x teriminin katsayısı +5, −y teriminin katsayısı −1 ve +8x teriminin katsayısı +8’dir.

Sabit terim : +4’tür.

5x – y + 8x + 4 cebirsel ifadesinde +5x ve +8x terimlerindeki bilinmeyenler (değişkenler) ve bu bilinmeyenlerin kuvvetleri (üsleri) aynıdır. Bu terimler benzer terimlerdir.

BİLGİ KUTUSU

Cebirsel ifadelerde, bilinmeyenleri (değişkenleri) ve bilinmeyenlerinin kuvvetleri (üsleri) aynı olan terimlere **benzer terimler** denir.

ALIŞTIRMALAR

1. **Aşağıdaki sözel ifadeleri cebirsel ifade olarak karşılarına yazınız.**

Sözel İfade	Cebirsel İfade
“Bir sayının 7 fazlası”	....
“Bir sayının 3 katının 2 eksiği”	....
“Bir sayının yarısının 5 fazlası”	....
“Bir sayının 8 eksiğinin 4 katı”	....
“Bir sayı ile bu sayının 5 katının toplamı”	....

2. **Aşağıdaki tabloda yer alan boşlukları doldurunuz.**

Cebirsel İfade	Terimler	Katsayılar	Değişkenler	Sabit Terim
$3a + b$		$+3, +1$		
$2xy - 3y - 1$			x ve y	
$4mn - 5m$	$4mn, -5m$			
$x + \frac{2y}{3} + 8$				
$11a - 7b + ab$				Yok

3. **Aşağıda verilen cebirsel ifadelerdeki benzer terimleri yazınız.**

a. $4x + 3xy - 5x + 2y$

b. $2a - 4b + 7a + 9$

c. $5x + \frac{2a}{3} + 4b - 7y - 1$

ç. $6ab - 3b + 4ba - b - 10$

Cebirsel İfadelerle Toplama ve Çıkarma

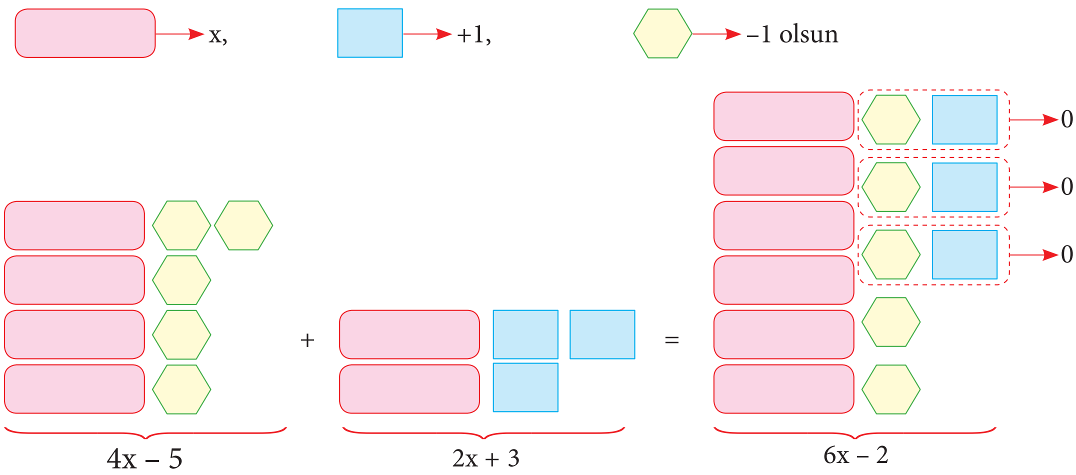
Ayşe Hanım'ın mutfak dolabının raflarında tabak ve fincanlar vardır. Birinci raftaki tabakların sayısı, ikinci raftaki tabakların sayısından 5 fazladır. İkinci raftaki fincanların sayısı birinci raftaki fincanların sayısının 2 katından 2 eksiktir.

Dolaptaki toplam tabak ve fincan sayısını cebirsel ifade olarak nasıl yazarsınız?

Örnek

$4x - 5$ **ve** $2x + 3$ **cebirsel ifadelerinin toplamını modelleyerek bulalım.**

Çözüm



Benzer terimler

$(4x - 5) + (2x + 3) = 4x \underline{-5} + 2x \underline{+3}$

Sabit terimler

$= (4x + 2x) + (-5 + 3)$

$= 6x - 2$ olur.

Benzer terimleri kendi arasında, sabit terimleri kendi arasında toplayalım.

BİLGİ KUTUSU

Cebirsel ifadelerle toplama işlemi yapılırken benzer terimler kendi arasında, sabit terimler kendi arasında toplanır.

Örnek

Aşağıdaki cebirsel ifadelerin toplamlarını bulalım.

a. $(2x + 7) + (5x + 6)$

b. $(m - 1) + (9m + 4)$

c. $(11b + 5) + (8 - 7b) + 3b$

ç. $\left(\frac{2a}{5} + \frac{5}{3}\right) + \left(-\frac{a}{10} - \frac{1}{3}\right)$

Çözüm

a. $(2x + 7) + (5x + 6) = 2x + 7 + 5x + 6$

$= (2x + 5x) + (+7 + 6)$

$= 7x + 13$

b. $(m - 1) + (9m + 4) = m - 1 + 9m + 4$

$= (m + 9m) + (-1 + 4)$

$= 10m + 3$

c. $(11b + 5) + (8 - 7b) + 3b = 11b + 5 + 8 - 7b + 3b$

$= (11b - 7b + 3b) + (+5 + 8)$

$= 7b + 13$

ç.
$$\left(\frac{2a}{5} + \frac{5}{3}\right) + \left(-\frac{a}{10} - \frac{1}{3}\right) = \frac{2a}{5} + \frac{5}{3} - \frac{a}{10} - \frac{1}{3}$$
$$= \left(\underset{(2)}{\frac{2a}{5}} - \underset{(1)}{\frac{a}{10}}\right) + \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{3}\right)$$
$$= \left(\frac{4a - a}{10}\right) + \left(\frac{5 - 1}{3}\right)$$
$$= \frac{3a}{10} + \frac{4}{3}$$

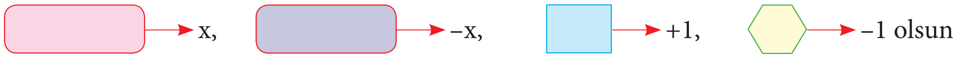
Örnek

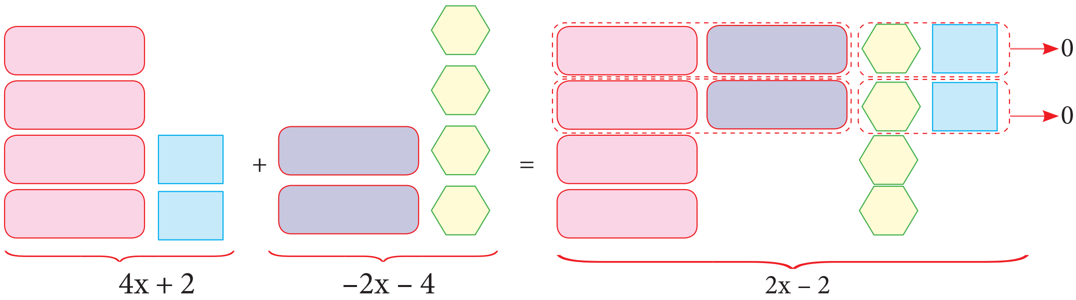
$(4x + 2) - (2x + 4)$ **işlemini modelleyerek çözelim.**

Çözüm

$(4x + 2) - (2x + 4)$ işlemini önce toplama işlemine dönüştürelim. Tam sayılarda çıkarma işleminde olduğu gibi eksileni, çıkanın ters işaretlisi ile toplayalım.

$(4x + 2) - (2x + 4) = (4x + 2) + (-2x - 4)$ olur. Şimdi bu toplama işlemini modelleyelim.





$(4x + 2) - (2x + 4) = (4x + 2) + (-2x - 4)$

Benzer terimler

$= 4x + \underline{2} - 2x - \underline{4}$

Sabit terimler

$= (4x - 2x) + (+2 - 4)$

$= 2x - 2$ olur.

Benzer terimleri kendi arasında, sabit terimleri kendi arasında toplayalım.

BİLGİ KUTUSU

Cebirsel ifadelerle çıkarma işlemi yapılırken eksilen cebirsel ifade, çıkan cebirsel ifadenin ters işaretlisi ile toplanır. Çıkarma işlemi toplama işlemine dönüştürülür.

Örnek

Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapalım.

a. $(2x - 7) - (x + 1)$

b. $(3n + 3) - (2n - 4)$

c. $(15b - 2) - (-4b - 7) + (3b + 1)$

ç. $\left(\frac{x}{2} + \frac{3}{4}\right) - \left(+\frac{5x}{6} - \frac{1}{3}\right)$

Çözüm

a. $(2x - 7) - (x + 1) = 2x - 7 - x - 1$

$= (2x - x) + (-7 - 1)$

$= x - 8$

b. $(3n + 3) - (2n - 4) = 3n + 3 - 2n + 4$

$= (3n - 2n) + (+3 + 4)$

$= n + 7$

c. $(15b - 2) - (-4b - 7) + (3b + 1) = 15b - 2 + 4b + 7 + 3b + 1$

$= (15b + 4b + 3b) + (-2 + 7 + 1)$

$= 22b + 6$

ç. $\left(\frac{x}{2} + \frac{3}{4}\right) - \left(+\frac{5x}{6} - \frac{1}{3}\right) = \frac{x}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5x}{6} + \frac{1}{3}$

$= \left(\underset{(3)}{\frac{x}{2}} - \underset{(1)}{\frac{5x}{6}}\right) + \left(\underset{(3)}{\frac{3}{4}} + \underset{(4)}{\frac{1}{3}}\right)$

$= \left(\frac{3x - 5x}{6}\right) + \left(\frac{9 + 4}{12}\right)$

$= \frac{\cancel{-2x}^{1}}{\cancel{6}_{3}} + \frac{13}{12}$

$= -\frac{x}{3} + \frac{13}{12}$

ALIŞTIRMALAR

1. **Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.**

a. $(8x + 5) + (3x + 1)$

b. $\left(\frac{3a}{4} - \frac{15}{4}\right) + \left(\frac{5a}{2} - \frac{9}{2}\right)$

2. **Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.**

a. $(7n - 5) - (4n + 1)$

b. $(6y + 1) - (-3y + 7) - (-y - 5)$

c. $\left(\frac{x}{5} + \frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{3x}{2} - \frac{1}{5}\right)$

Bir Doğal Sayı İle Cebirsel İfadenin Çarpımı

Aksu Sitesi yönetimi, sitenin açık havuzunun üzerini kış aylarında kapatmak için branda diktirmek istiyor. Dikdörtgen şeklindeki havuzun kısa kenar uzunluğu x+3 birimdir. Uzun kenar uzunluğu, kısa kenar uzunluğunun 5 katı kadardır.

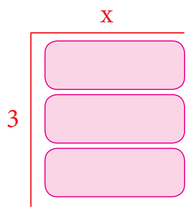
Buna göre diktirilecek brandanın çevresinin uzunluğuna ait cebirsel ifadeyi nasıl yazarsınız?

Örnek

3 . x **işlemini modelleyerek çözelim.**

Çözüm

 x olsun



3 . x = 3x olur.

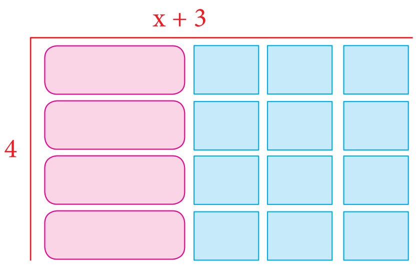
Çarpma işlemi toplama işleminin kısa yoludur. Buna göre 3 . x = x + x + x = 3x olur.

Örnek

4 . (x + 3) **işlemini çözelim.**

Çözüm

1. Yol: Çarpma işlemini modelleyelim.



4 . (x + 3) = 4x + 12 olur.

2. Yol: Çarpma işlemini toplama işlemi olarak yazalım.

4 . (x + 3) = (x + 3) + (x + 3) + (x + 3) + (x + 3)

= x + 3 + x + 3 + x + 3 + x + 3

= (x + x + x + x) + (3 + 3 + 3 + 3)

= 4x + 12 olur.

3. Yol: Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanalım.

$4 \,.\, (x + 3) = 4 \,.\, x + 4 \,.\, 3$

$= 4x + 12$ olur.

BİLGİ KUTUSU

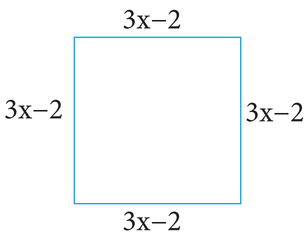
Bir doğal sayı cebirsel ifade ile çarpılırken, doğal sayı cebirsel ifadenin her bir terimi ile ayrı ayrı çarpılır.

Örnek

Bir kenar uzunluğu (3x–2) birim olan karenin çevresinin uzunluğuna ait cebirsel ifadeyi yazalım.

Çözüm

Karenin çevresi, bir kenar uzunluğunun 4 katına eşittir. Buna göre



$Ç = 4 \,.\, (3x-2)$

$Ç = 4 \,.\, 3x - 4 \,.\, 2$

$Ç = 12x - 8$ olur.

Örnek

Arda'nın (2x + 7) tane bilyesi vardır. Doruk'un bilyelerinin sayısı, Arda'nın bilyelerinin sayısının 5 katından 3 eksiktir.

Buna göre Arda ile Doruk'un bilyelerinin toplamını gösteren cebirsel ifadeyi yazalım.

Çözüm

Arda'nın bilyelerinin sayısı : $2x + 7$ olduğuna göre.

Doruk'un bilyelerinin sayısı : $5 \,.\, (2x + 7) - 3$ olur.

Toplam bilye sayısını gösteren cebirsel ifade : $2x + 7 + 5 \,.\, (2x + 7) - 3$ olur.

$$\begin{aligned} 2x + 7 + 5 \,.\, (2x + 7) - 3 &= 2x + 7 + 5 \,.\, (2x + 7) - 3 \\ &= 2x + 7 + 5 \,.\, 2x + 5 \,.\, 7 - 3 \\ &= 2x + 7 + 10x + 35 - 3 \\ &= 12x + 39 \text{ olur.} \end{aligned}$$

ALIŞTIRMALAR

1. **Aşağıdaki işlemleri yapınız.**

a. $7 \cdot x$ **b.** $4 \cdot (x + 2)$ **c.** $5 \cdot (x - 4)$

ç. $6 \cdot (3x + 5)$ **d.** $2 \cdot (11x - 8)$ **e.** $8 \cdot (2x - 5y + 4)$

2. **Bir kenar uzunluğu x – 5 birim olan eşkenar üçgenin çevresinin uzunluğuna ait cebirsel ifadeyi yazınız.**

3. Bir dikdörtgenin kısa kenar uzunluğu 3+x birimdir. Uzun kenar uzunluğu, kısa kenar uzunluğunun 3 katı kadardır.

Bu dikdörtgenin çevresinin uzunluğuna ait cebirsel ifadeyi yazınız.

4. (x+2) tane horozun olduğu bir kümeste tavukların sayısı horozların sayısının 3 katına eşittir.

Buna göre tavuk ve horozların sayısının toplamını veren cebirsel ifadeyi yazınız.

Sayı ve Şekil Örüntüleri

Örüntüler doğada birçok farklı formlarda karşımıza çıkar. Matematik, aslında var olanı farklı bakış açıları ile keşfetmemize aracı olur. Sinan Sertsöz, Matematiğin Aydınlık Dünyası adlı kitabında matematiğin algımızı nasıl değiştirdiğini "*Doğa aynı doğadır, sadece matematiğin zenginleştirdiği algılama gücümüz değişmektedir.*" sözüyle ifade etmektedir.

Yukarıdaki resimlerde verilen bitkilerin büyüme şekillerini, cebirsel (harf ya da sembol kullanarak) olarak ifade edilebilir misiniz? Araştırınız.

Örnek

Burak, yabancı dil öğrenmek için kelime kartları hazırlıyor. Öğrendiği kelimelere ait kartları bir kutuda biriktirmeye başlıyor. Birinci gün öğrendiği 4 kelime kartını kutuya atıyor. Daha sonra her gün öğrendiği 3 kelime kartını kutuya atıyor.

Kutuda biriken kart sayısının gün sayısıyla ilişkisini cebirsel ifade olarak yazalım.

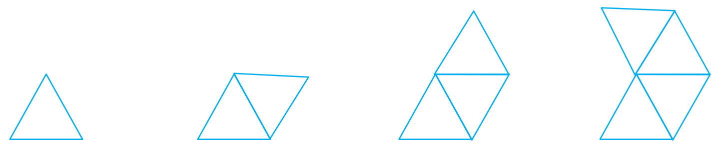
Çözüm

Kutuda biriken kelime kartlarının sayısı ile gün sayısı arasındaki ilişkiyi bir tablo ile gösterelim. Kart sayısı 4 ile başlayıp her gün üçer üçer artmaktadır.

Gün	1	2	3	4	...	n
Kart sayısı	4	7	10	13	...	...
Aralarındaki ilişki	3 . 1 + 1	3 . 2 + 1	3 . 3 + 1	3 . 4 + 1	...	3 . n + 1

Yukarıdaki tabloyu incelendiğimizde; bir sütundaki kart sayısı, o sütundaki gün sayısının 3 katından 1 fazladır. Diğer günlerdeki kart sayısını belirlemek için bir genelleme yapalım. Günü temsil edecek değişkene n dersek, kutuda biriken kart sayısının gün sayısıyla ilişkisini belirten cebirsel ifade 3n+1 olur.

Örnek



1. adım 2. adım 3. adım 4. adım

Yukarıda, her adımda mevcut eşkenar üçgenlerden yalnız biriyle ortak kenara sahip olacak şekilde eşkenar üçgen eklenerek bir şekil örüntüsü oluşturulmuştur.

Bu örüntüdeki eşkenar üçgen sayısı ile toplam kenar sayısı arasındaki ilişkinin cebirsel ifadesini yazalım.

Çözüm

Verilen örüntüdeki eşkenar üçgen sayısı ile toplam kenar sayısı arasındaki ilişkiyi bir tablo ile gösterelim. Toplam kenar sayısı 3 ile başlayıp ikişer ikişer artmaktadır.

Eşkenar üçgen sayısı	1	2	3	4	...	n
Toplam kenar sayısı	3	5	7	9	...	...
Aralarındaki ilişki	2 . 1 + 1	2 . 2 + 1	2 . 3 + 1	2 . 4 + 1	...	2 . n + 1

Yukarıdaki tabloyu incelendiğimizde; bir adımdaki toplam kenar sayısı, o adımdaki eşkenar üçgen sayısının 2 katından 1 fazladır. Diğer adımlardaki toplam kenar sayısını belirlemek için bir genelleme yapalım. Eşkenar üçgen sayısını temsil edecek değişkene n dersek, örüntünün toplam kenar sayısıyla ilişkisini belirten cebirsel ifade 2n+1 olur.

BİLGİ KUTUSU

Bir örüntünün adım sıra numarasını belirlemek için değişken olarak genellikle n harfi kullanılır. “n” harfi kullanılarak belirtilen sayıya, **örüntünün genel sayısı** ya da **temsilci sayısı** denir. Genel sayı kullanılarak oluşturulan cebirsel ifadeye **örüntünün genel terimi** ya da **örüntünün kuralı** denir.

Örnek

2, 6, 10, 14, … **sayı örüntüsünün genel terimini bulalım. Bulduğumuz bu kuralı kullanarak örüntünün 12. adımındaki sayıyı bulalım.**

Çözüm

Verilen örüntüdeki adım sayısı ile o adımda yer alan sayı arasındaki ilişkiyi bir tablo ile gösterelim. Örüntünün ilk terimi 2 ile başlayıp dörder dörder artmaktadır.

Adım	1	2	3	4	…	n
Adımdaki sayı	2	6	10	14	…	…
Aralarındaki ilişki	4 . 1 – 2	4 . 2 – 2	4 . 3 – 2	4 . 4 – 2	…	4 . n – 2

Yukarıdaki tabloyu incelendiğimizde; her bir adımdaki sayı, o adım numarasının 4 katından 2 eksiktir. Diğer adımlardaki sayıları belirlemek için bir genelleme yapalım. Adım numarasını temsil edecek değişkene n dersek, bu örüntünün genel terimi $4n-2$ olur.

Genel terimi $4n-2$ olan örüntünün 12. adımındaki sayı;

n = 12 için $4n-2 = 4 \cdot 12 - 2 = 46$ olur.

Örnek

Genel terimi $5n+3$ **olan örüntünün 7. ve 12. adımlarındaki sayıları bulalım.**

Çözüm

Genel terimi $5n+3$ olan örüntüde, n yerine 7 ve 12 yazarak bu adımlardaki sayıları bulalım. Buna göre

n = 7 için $5n + 3 = 5 \cdot 7 + 3$

$= 35 + 3$

$= 38$, örüntünün 7. adımındaki sayıdır.

n = 12 için $5n + 3 = 5 \cdot 12 + 3$

$= 60 + 3$

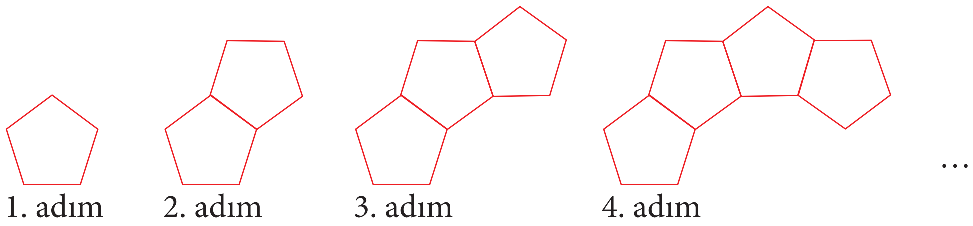
$= 63$, örüntünün 12. adımındaki sayıdır.

ALIŞTIRMALAR

1. Betül Hanım evinin bahçesini düzenlemek istiyor. Birinci gün bahçesine 6 tane çiçek dikiyor. Sonraki her gün bahçesine 2 çiçek daha dikiyor.

Dikilen toplam çiçek sayısı ile gün sayısı arasındaki ilişkinin cebirsel ifadesini yazınız. Bir haftanın sonunda, Betül Hanım'ın bahçesindeki toplam çiçek sayısını bulunuz.

2.



Yukarıda, her adımda mevcut beşgenlerden yalnız biriyle ortak kenara sahip olacak şekilde beşgen eklenerek bir şekil örüntüsü oluşturulmuştur.

Bu örüntüdeki beşgen sayısı ile toplam kenar sayısı arasındaki ilişkinin cebirsel ifadesini yazınız.

3. Aşağıdaki sayı örüntülerinin genel terimlerini yazınız.

a. 7, 9, 11, 13, …

b. 4, 9, 14, 19, …

c. 3, 9, 15, 21, …

ç. 5, 8, 11, 14, …

4. Genel terimi $7n + 2$ **olan örüntünün 9. adımındaki sayı kaçtır?**

5. Genel terimi $3n - 5$ **olan örüntünün 6 ve 15. adımlarındaki terimlerin toplamı kaçtır?**

EŞİTLİK VE DENKLEM

Eşitliğin Korunumu İlkesi

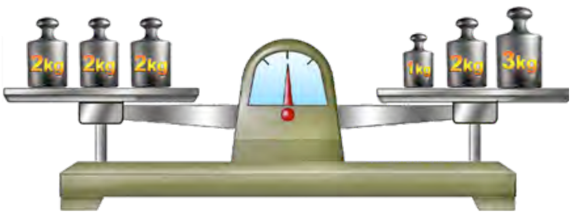
Osman ve İbrahim bir tahterevallide karşılıklı oturuyorlar. Tahterevallinin her iki ucunda birer kişi oturmasına rağmen, Osman ve İbrahim'in yerden yükseklikleri eşit değildir.

Tahterevallinin neden dengede durmadığını açıklayınız.

Örnek

Aşağıdaki terazinin sol kefesinde üç tane 2 kg'lık kütle vardır. Sağ kefesinde ise birer tane 1 kg, 2 kg ve 3 kg'lık kütle vardır.

Denge konumunda duran bu terazinin kefelerindeki kütlelerin toplamını karşılaştıralım. Daha sonra farklı kütleler ekleyerek ya da çıkarak dengeyi korumaya çalışalım.

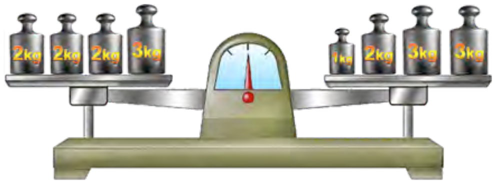


Çözüm

Terazinin kefelerindeki toplam kütle miktarlarını bulalım.

<u>**Sol Kefe**</u>		<u>**Sağ Kefe**</u>
2 + 2 + 2	=	1 + 2 + 3
6 kg	=	6 kg

Sağ ve sol kefedeki kütlelerin toplamı eşit olduğu için terazi dengededir.



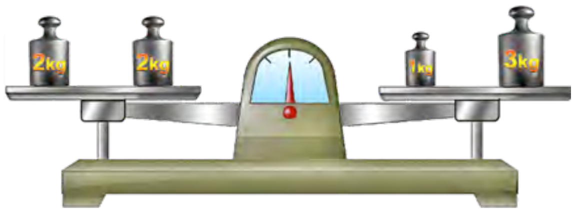
Terazinin sağ ve sol kefesine birer tane 3 kg’lık kütle ekleyelim.

Sol Kefe **Sağ Kefe**

$2 + 2 + 2 + 3 = 1 + 2 + 3 + 3$

$9 \text{ kg} = 9 \text{ kg}$

Sağ ve sol kefeye aynı kütle eklendiği için denge bozulmadı.



Terazinin ilk konumundan sağ ve sol kefesinden birer tane 2 kg’lık kütle çıkaralım.

Sol Kefe **Sağ Kefe**

$2 + 2 + 2 - 2 = 1 + 2 + 3 - 2$

$4 \text{ kg} = 4 \text{ kg}$

Sağ ve sol kefeden aynı kütle çıkarıldığı için denge bozulmadı.

BİLGİ KUTUSU

Bir eşitliğin her iki tarafına aynı sayı eklenir ya da çıkarılırsa eşitlik korunur.

Terazinin sağ ve sol kefesindeki kütleleri yarıya indirelim. Bunun için kefelerdeki toplam kütle miktarını 2’ye bölelim.

Sol Kefe **Sağ Kefe**

$2 + 2 + 2 = 1 + 2 + 3$

$6 \div 2 = 6 \div 2$

$3 \text{ kg} = 3 \text{ kg}$

Sağ ve sol kefedeki kütle miktarları yarıya indirildiğinde denge bozulmadı.

Terazinin sağ ve sol kefesindeki kütleleri 3 katına çıkaralım. Bunun için kefelerdeki toplam kütle miktarını 3 ile çarpalım.

Sol Kefe		**Sağ Kefe**
$2 + 2 + 2$	$=$	$1 + 2 + 3$
$6 \cdot 3$	$=$	$6 \cdot 3$
18 kg	$=$	18 kg

Sağ ve sol kefedeki kütle miktarının 3 katı alındığında denge bozulmadı.

BİLGİ KUTUSU

Bir eşitliğin her iki tarafı aynı sayı ile çarpılır ya da aynı sayıya bölünür(sıfır hariç) ise eşitlik korunur.

Örnek

$\blacktriangle + 7 = 4 + 9$ eşitliğinde $\blacktriangle$ yerine yazılacak sayıyı bulalım.

Çözüm

1. Yol: $4 + 9 = 13$'tür. 13'ü, $6 + 7$ olarak yazalım.

$\blacktriangle + 7 = 4 + 9$

$\blacktriangle + 7 = 13$

$\blacktriangle + 7 = 6 + 7$ olduğu için $\blacktriangle = 6$ olur.

2. Yol: Bir eşitliğin her iki tarafından aynı sayı çıkarılırsa eşitlik korunur.

$\blacktriangle + 7 = 4 + 9$

$\blacktriangle + 7 = 13$

$\blacktriangle \underbrace{+ 7 - 7}_{0} = 13 - 7$ Eşitliğin her iki tarafından 7 çıkaralım.

$\blacktriangle = 6$ olur.

Örnek

▲ – (+6) = (–3) – (–8) eşitliğinde ▲ yerine yazılacak sayıyı bulalım.

Çözüm

1. Yol: (–3) – (–8) = (–3) + (+8) = +5'tir. +5'i, (+11) – (+6) olarak yazalım.

▲ – (+6) = (–3) – (–8)

▲ – (+6) = (+5)

▲ – (+6) = (+11) – (+6) olduğu için ▲ = +11 olur.

2. Yol: Bir eşitliğin her iki tarafına aynı sayı eklenirse eşitlik korunur.

▲ – (+6) = (–3) – (–8)

▲ – (+6) = (–3) + (+8)

▲ – (+6) = (+5)

$\blacktriangle \underbrace{- (+6) + (+6)}_{0} = (+5) + (+6)$ Eşitliğin her iki tarafına +6 ekleyelim.

▲ = +11 olur.

Örnek

5 . ▲ = 40 eşitliğinde ▲ yerine yazılacak sayıyı bulalım.

Çözüm

1. Yol: Eşitliğin sağ tarafındaki 40'ı, 40 = 5 . 8 olarak yazalım.

5 . ▲ = 40

5 . ▲ = 5 . 8 olduğu için ▲ = 8 olur.

2. Yol: Bir eşitliğin her iki tarafını aynı sayıya bölersek (sıfır hariç) eşitlik korunur.

5 . ▲ = 40

$$\frac{\cancel{5}^{1} \cdot \blacktriangle}{\cancel{5}_{1}} = \frac{40}{5}$$

▲ = 8 olur.

Örnek

$\frac{\blacktriangle}{4} = -7$ eşitliğinde ▲ yerine yazılacak sayıyı bulalım.

Çözüm

1. Yol: Eşitliğin sağ tarafındaki −7'yi, $-7 = \frac{-28}{4}$ olarak yazalım.

$$\frac{\blacktriangle}{4} = -7$$

$\frac{\blacktriangle}{4} = \frac{-28}{4}$ olduğu için ▲ = −28 olur.

2. Yol: Bir eşitliğin her iki tarafı aynı sayıyla çarpılırsa eşitlik korunur.

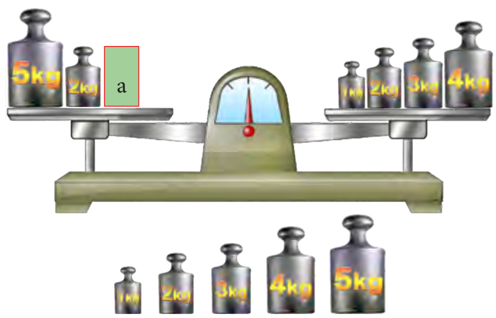
$$\frac{\blacktriangle}{4} = -7$$

$$\frac{\blacktriangle}{\cancel{4}_1} \cdot \cancel{4}_1 = -7 \,.\, 4$$

▲ = −28 olur.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki terazinin dengede olması için a yerine terzinin altında verilen kütlelerin hangisinden kaçar tane yerleştirilmelidir?



2. Aşağıdaki eşitliklerde ▲ yerine yazılacak sayıları bulunuz.

a. ▲ + 13 = 7 + 25

b. ▲ − 34 = −3 − 21

c. 6 . ▲ = −4 . 30

ç. $\frac{\blacktriangle}{3} = -11$

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

DÜŞÜNELİM

Eşitlik ile denklem arasındaki farkı araştırınız.

Örnek

Bir dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu, kısa kenar uzunluğundan 3 birim fazladır.

Buna göre dikdörtgenin çevresinin uzunluğunu ifade eden eşitliği yazalım.

Çözüm

Dikdörtgenin kenar uzunluklarının sayısal değerini bilmediğimiz için bu uzunlukları değişken ile ifade edelim.

Kısa kenar uzunluğu : x birim olsun.

Uzun kenar uzunluğu : x + 3 birim olur.

Buna göre dikdörtgenin çevresinin uzunluğunu ifade eden eşitlik;

$Ç = 2 . (x + x + 3)$

$Ç = 2 . (2x + 3)$

$Ç = 4x + 6$ olur.

BİLGİ KUTUSU

İçinde bilinmeyen (değişken) bulunan ve bu bilinmeyenlerin bazı değerleri için doğruluğu sağlanabilen eşitliklere **denklem** denir. Denklemler, içerdiği bilinmeyen sayısına ve bu bilinmeyenlerin kuvvetlerine göre isimlendirilir.

İçinde bir tane bilinmeyen (değişken) bulunan ve bu bilinmeyenin derecesi (kuvveti) bir olan denklemlere, **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem** denir.

Örnek

"Canan, kumbarasında biriktirdiği parayı bankaya yatırmak istiyor. Babası 25 lira eklediğinde bankaya yatıracağı toplam 200 lirası oluyor."

Yukarıdaki ifadeye uygun denklemi yazalım.

Çözüm

Canan'ın kumbarasında biriktirdiği paraya x dersek, bu ifadeye uygun denklem;
$x + 25 = 200$ olur.

Örnek

"Bir dolmuştaki yolcuların yarısı ilk durakta iniyor. İkinci durakta 5 yolcu daha indikten sonra dolmuşta 2 yolcu kalıyor."

Yukarıdaki ifadeye uygun denklemi yazalım.

Çözüm

Dolmuştaki yolcuların sayısına x dersek,

İlk durakta inenlerin sayısı : $\frac{x}{2}$,

Dolmuştan inen toplam yolcu sayısı : $\frac{x}{2} + 5$ olur.

Buna göre denklem; $x - \left(\frac{x}{2} + 5\right) = 2$ olur.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki ifadelerden birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olanları işaretleyiniz.

( ) $4x-2=0$

( ) $5x+6$

( ) $12-3a = 2$

2. Aşağıdaki ifadeye uygun denklemleri yazınız.

a. "Bir sayının 5 fazlası 15'tir."

b. "Bir sayının yarısı ile bu sayının toplamı 27'dir."

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Çözümü

DÜŞÜNELİM

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde, bilinmeyenin her değeri için eşitlik sağlanır mı? Araştırınız.

Örnek

$x + 4 = 9$ **denklemindeki bilinmeyenin değerini bulalım.**

Çözüm

$x + 4 = 9$

$x \underbrace{+ 4 - 4}_{0} = 9 - 4$ Eşitliğin her iki tarafından 4 çıkaralım.

$x = 5$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Bir denklemde yer alan bilinmeyenin (değişkenin) değerini bulmak için yapılan işlemlere **denklemi çözmek** denir. Denklemi sağlayan (doğru yapan) bilinmeyenin değerine **denklemin çözümü** ya da **denklemin kökü** denir.

Örnek

$3x - 5 = 22$ **denklemini çözelim.**

Çözüm

$3x - 5 = 22$

$3x \underbrace{- 5 + 5}_{0} = 22 + 5$ Eşitliğin her iki tarafına 5 ekleyelim.

$3x = 27$ Eşitliğin her iki tarafını 3'e bölelim.

$x = 9$ olur.

Örnek

$4 \,.\, (x + 7) = 36$ **denklemini çözelim.**

Çözüm

1. Yol:

$$4 \,.\, (x + 7) = 36$$

$$\frac{{}^{1}\cancel{4} \,.\, (x + 7)}{\cancel{4}_{1}} = \frac{36}{4}$$ Eşitliğin her iki tarafını 4'e bölelim.

$$x + 7 = 9$$

$$x + 7 - 7 = 9 - 7$$ Eşitliğin her iki tarafından 7 çıkaralım.

$$x = 2$$

2. Yol:

$$4 \,.\, (x + 7) = 36$$ Çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanalım.

$$4 \,.\, x + 4 \,.\, 7 = 36$$

$$4x + 28 = 36$$

$$4x + 28 - 28 = 36 - 28$$ Eşitliğin her iki tarafından 28 çıkaralım.

$$4x = 8$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{8}{4}$$ Eşitliğin her iki tarafını 4'e bölelim.

$$x = 2$$

Örnek

$\frac{5 \,.\, (x + 2)}{3} = 10$ **denklemini çözelim.**

Çözüm

$$\cancel{3} \,.\, \frac{5 \,.\, (x + 2)}{\cancel{3}} = 10 \,.\, 3$$ Eşitliğin her iki tarafını 3 ile çarpalım.

$$5 \,.\, (x + 2) = 30$$

$$\frac{{}^{1}\cancel{5} \,.\, (x + 2)}{\cancel{5}_{1}} = \frac{30}{5}$$ Eşitliğin her iki tarafını 5'e bölelim.

$$x + 2 = 6$$

$$x + 2 - 2 = 6 - 2$$ Eşitliğin her iki tarafından 2 çıkaralım.

$$x = 4$$

Örnek

$9x + 18 + (-2x) = -17 - (-7)$ **denklemini çözelim.**

Çözüm

$9x + 18 + (-2x) = -17 - (-7)$

Eşitliğin her iki tarafında, benzer terimler arasındaki işlemleri yapalım.

$7x + 18 = -17 + (+7)$

$7x + 18 = -10$

$7x + 18 - 18 = -10 - 18$

Eşitliğin her iki tarafından 18 çıkaralım.

$7x = -28$

$\frac{7x}{7} = \frac{-28}{7}$

Eşitliğin her iki tarafını 7'ye bölelim.

$x = -4$

Örnek

$-4x + 8 + (-2) = 8x - (+17) + (-13x) - (-5)$ **denklemini çözelim.**

Çözüm

$-4x + 8 + (-2) = 8x - (+17) + (-13x) - (-5)$

$-4x \underbrace{+8 + (-2)}_{+6} = 8x + (-17) + (-13x) + (+5)$

Eşitliğin her iki tarafında, benzer terimler arasındaki işlemleri yapalım.

$-4x + 6 = -5x + (-12)$

$-4x + 5x = (-12) - 6$

Sabit terimleri eşitliğin sağ tarafına, bilinmeyen olan terimleri eşitliğin sol tarafına alalım.

$x = -18$

Örnek

"Bir sayının 2 katının 5 eksiği 17 ise bu sayı kaçtır?" **ifadesine uygun denklemi yazalım ve çözelim.**

Çözüm

Bir sayı, x olsun. Buna göre denklem $2x - 5 = 17$ olur. Denklemi çözelim:

$2x - 5 + 5 = 17 + 5$

$2x = 22$

$x = 11$

Örnek

"Hangi sayının 12 fazlasının 3 katı 24'tür?" **ifadesine uygun denklemi yazalım ve çözelim.**

Çözüm

Bir sayı, x olsun. Buna göre denklem $3 . (x + 12) = 24$ olur. Denklemi çözelim:

$$\frac{{}^{1}\cancel{3}.(x+12)}{\cancel{3}_{1}} = \frac{24}{3}$$

$$x + 12 = 8$$

$$x + 12 - 12 = 8 - 12$$

$$x = -4$$

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki denklemleri çözünüz.

a. $x + 4 = 25$

b. $a - 2 = 8$

c. $5y + 3 = 17$

ç. $6m - 5 = 37$

d. $4x - 6x = (-5) - (+13)$

e. $3 . (5a + 1) = -18$

f. $2 . (n + 3) + 4 = (-8) - (+24)$

g. $5 . (t - 3) = 2 . (t + 3)$

ğ. $\frac{4.(x+3)}{5} = 40$

h. $\frac{2.(a-5)}{3} = -7 - (-13)$

2. Aşağıdaki ifadelere karşılık gelen uygun denklemleri yazınız. Yazdığınız denklemi sağlayan bilinmeyenin değerini bulunuz.

a. Bir sayının 5 fazlası 13 ise bu sayı kaçtır?

b. Hangi sayının 7 eksiği 19'dur?

c. Bir sayının 4 katının 3 fazlası 7 ise bu sayı kaçtır?

ç. Bir sayının 3 katının 5 eksiğinin yarısı –4 ise bu sayı kaçtır?

d. Hangi sayı ile bu sayının yarısı toplandığında, toplam 18 olur?

e. Hangi sayı ile bu sayının 2 katının 3 eksiği toplandığında, toplam 15 olur?

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerle Problem Çözümü

Birinci dereceden bir bilinmeyen içeren problemleri çözmek için öncelikle verilenler ile istenenleri belirleriz. Belirlediğimiz verilen ve istenenler doğrultusunda probleme uygun denklemi oluştururuz. Oluşturduğumuz denklemi çözerek bilinmeyenin değerini buluruz.

Problem

Bir yolcu otobüsündeki kadın yolcuların sayısı, erkek yolcuların sayısının 2 katından 7 eksiktir. Otobüste 3 tane de çocuk yolcu vardır.

Bu otobüste toplam 32 yolcu olduğuna göre kadın yolcuların sayısını bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Yolcu otobüsünde toplam 32 yolcu vardır. Yolcuların 3 tanesi çocuk ve kadın yolcuların sayısı erkek yolcuların sayısının 2 katından 7 eksiktir.

İstenenler: Bu otobüste toplam kaç tane kadın yolcu vardır?

Çözümü Planlayalım

Problemi çözmek için denklem kuralım.

Erkek yolcu sayısı : x olsun.

Kadın yolcu sayısı : $2x - 7$ olur.

Çocuk yolcu sayısı: 3'tür.

Toplam yolcu sayısını veren denklem : $x + 2x - 7 + 3 = 32$ olur.

Denklemi Çözelim

$x + 2x - 7 + 3 = 32$

$3x - 4 = 32$

$3x = 32 + 4$

$3x = 36$

$x = 12$ erkek yolcuların sayısıdır.

Kadın yolcuları sayısı ise $2x - 7 = 2 \cdot 12 - 7 = 24 - 7 = 17$ olur.

Problem

Arzu'nun yaşı, kardeşinin yaşının 3 katının 1 fazlasıdır. Arzu ile kardeşinin yaşının toplamı 13'tür.

Buna göre Arzu'nun yaşını bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Arzu'nun yaşı, kardeşinin yaşının 3 katının 1 fazlasıdır. Arzu ile kardeşinin yaşları toplamı 13'tür.

İstenenler: Arzu'nun yaşı kaçtır?

Çözümü Planlayalım

Problemi çözmek için denklem kuralım.

Kardeşin yaşı : x olsun.

Arzu'nun yaşı : $3x + 1$ olur.

Arzu ile kardeşinin yaşları toplamını veren denklem : $x + 3x + 1 = 13$ olur.

Denklemi Çözelim

$x + 3x + 1 = 13$

$4x + 1 = 13$

$4x = 13 - 1$

$4x = 12$

$x = 3$ Arzu'nun kardeşinin yaşıdır.

Arzu'nun yaşı ise $3x + 1 = 3 \cdot 3 + 1 = 9 + 1 = 10$ olur.

Problem

Bir dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu, kısa kenarının uzunluğunun yarısının 5 birim fazlasıdır.

Dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 22 birim olduğuna göre kenar uzunluklarını bulalım.

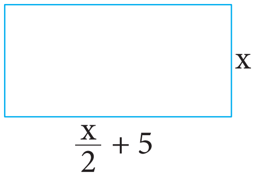
Problemi Anlayalım

Verilenler: Bir dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu, kısa kenarının uzunluğunun yarısının 5 birim fazlasıdır. Dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 22 birimdir.

İstenenler: Dikdörtgenin kenar uzunlukları kaçar birimdir?

Çözümü Planlayalım

Problemi çözmek için denklem kuralım. Dikdörtgenin;



Kısa kenar uzunluğu : x olsun.

Uzun kenar uzunluğu : $\frac{x}{2}$ +5 olur.

Dikdörtgenin çevresi : Ç = 2 . (x + $\frac{x}{2}$ + 5)= 22 olur.

Denklemi Çözelim

$$2 . \left(x + \frac{x}{2} + 5\right) = 22$$

$$2 . \left(\underset{(2)}{\frac{x}{1}} + \underset{(1)}{\frac{x}{2}} + \underset{(2)}{\frac{5}{1}}\right) = 22$$

$$2 . \left(\frac{2x + x + 10}{2}\right) = 22$$

$$^{1}\cancel{2} . \left(\frac{3x + 10}{\cancel{2}_{1}}\right) = 22$$

$$3x + 10 = 22$$

$$3x = 22 - 10$$

$$3x = 12$$

x = 4 Dikdörtgenin kısa kenarının uzunluğu, 4 birimdir.

Dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu : $\frac{x}{2} + 5 = \frac{4}{2} + 5 = 2 + 5 = 7$ birimdir.

PROBLEMLER

1. Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısı, erkek öğrencilerin sayısının 3 katından 12 eksiktir.

Bu sınıftaki toplam öğrenci sayısı 36 olduğuna göre erkek öğrenci sayısı kaçtır?

2. 64 lirası olan Ayşe günde 2 lira, 20 lirası olan Burak günde 6 lira biriktirmeye başlıyor.

Kaç gün sonra Ayşe ve Burak'ın paraları eşit olur?

3. Ahmet'in bugünkü yaşı, Doğan'ın 2 yıl sonraki yaşının 3 katına eşittir. Ahmet ile Doğan'ın bugünkü yaşları toplamı 18'dir.

Buna göre Ahmet'in 5 yıl sonraki yaşı kaçtır?

4. Deniz bir merdiveni ikişer ikişer çıkıp, üçer üçer iniyor. Çıkarken attığı adım sayısı inerken attığı adım sayısının 3 katından 8 eksiktir.

Buna göre merdiven kaç basamaklıdır?

3. ÜNİTE ÖZETİ

CEBİRSEL İFADELER

Cebirsel İfadeler

- Sözel bir ifadede, sayısal değerin bilinmediği kısmı için bilinmeyeni temsil eden harf ya da sembol kullanılır. Harf ya da sembol kullanılarak oluşturulan matematiksel ifadelere **cebirsel ifade** denir.
- Bir cebirsel ifadede matematiksel işlemler arasında kalan her bir ifadeye **terim,** bir terim içindeki harf ya da sembole bilinmeyen **(değişken)**, bilinmeyenin solunda olan sayıya **katsayı** denir. Değişkeni olmayan terime de **sabit terim** denir.
- Cebirsel ifadelerde, bilinmeyenleri (değişkenleri) ve bilinmeyenlerinin kuvvetleri (üsleri) aynı olan terimlere **benzer terimler** denir.

Cebirsel İfadelerle Toplama ve Çıkarma

- Cebirsel ifadelerle toplama işlemi yapılırken benzer terimler kendi arasında, sabit terimler kendi arasında toplanır.
- Cebirsel ifadelerle çıkarma işlemi yapılırken eksilen cebirsel ifade, çıkan cebirsel ifadenin ters işaretlisi ile toplanır. Çıkarma işlemi toplama işlemine dönüştürülür.

Bir Doğal Sayı İle Cebirsel İfadenin Çarpımı

- Bir doğal sayı ile cebirsel ifade ile çarpılırken, doğal sayı cebirsel ifadenin her bir terimi ile ayrı ayrı çarpılır.

Sayı ve Şekil Örüntüleri

- Bir örüntünün adım sıra numarasını belirlemek için değişken olarak genellikle **n** harfi kullanılır. **"n"** harfi kullanılarak belirtilen sayıya, **örüntünün genel sayısı** ya da **temsilci sayısı** denir.
- Genel sayı kullanılarak oluşturulan cebirsel ifadeye örüntünün **genel terimi** ya da **kuralı** denir.

EŞİTLİK VE DENKLEM

Eşitliğin Korunumu İlkesi

- Bir eşitliğin her iki tarafına aynı sayı eklenir ya da çıkarılırsa eşitlik korunur.
- Bir eşitliğin her iki tarafı aynı sayı ile çarpılır ya da aynı sayıya bölünür (sıfır hariç) ise eşitlik korunur.

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

- İçinde bilinmeyen (değişken) bulunan ve bu bilinmeyenlerin bazı değerleri için doğruluğu sağlanabilen eşitliklere **denklem** denir. Denklemler, içerdiği bilinmeyen sayısına ve bu bilinmeyenlerin kuvvetlerine göre isimlendirilir.
- İçinde bir tane bilinmeyen (değişken) bulunan ve bu bilinmeyenin derecesi (kuvveti) bir olan denklemlere, **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem** denir.

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Çözümü

- Bir denklemde yer alan bilinmeyenin (değişkenin) değerini bulmak için yapılan işlemlere **denklemi çözmek** denir. Denklemi sağlayan (doğru yapan) bilinmeyenin değerine **denklemin çözümü** ya da **denklemin kökü** denir.

3.ÜNİTE
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. "Bir sayının 5 katının 3 fazlası" **ifadesinin cebirsel ifade olarak yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $5x + 3$ B) $5x - 3$

C) $5 \cdot (x + 3)$ D) $5 \cdot (x - 3)$

2. "$3x + 2 - 15y$" **cebirsel ifadesinin sabit terimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) +3 B) +2

C) –15 D) 0

3. "$-2ab - 4b + 3a - 1$" **cebirsel ifadesinde katsayılar toplamı kaçtır?**

A) –4 B) –1

C) +3 D) +4

HAYAT BOYU ÖĞRENME

4. "$4x + 5y - 2x + 3xy$" **cebirsel ifadesindeki benzer terimler aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 4x ile 2x

B) –2x ile 3xy

C) 4x ile –2x

D) 5y ile 3xy

5. $(2x + 5) + (5x - 3) - (x - 7)$ **cebirsel ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $5x + 9$ B) $6x + 9$

C) $7x + 15$ D) $8x + 15$

6. $4 \cdot (3m - 5n + 7) - 4 \cdot (2m - 5n)$ **cebirsel ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $20m + 40n$ B) $12m + 28$

C) $2m - 4$ D) $4m + 28$

7. **Bir kenar uzunluğu** $x - 3$ **birim olan karenin çevresinin uzunluğuna ait cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $4x - 3$ B) $4x + 3$

C) $4x - 12$ D) $4x + 12$

8. 1, 6, 11, 16, … **sayı örüntüsünün genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $5n - 4$ B) $6n - 5$

C) $2n - 1$ D) $2n + 1$

9. **Genel terimi** $(6n+3)$ **olan örüntünün 12. adımındaki sayı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 75 B) 72

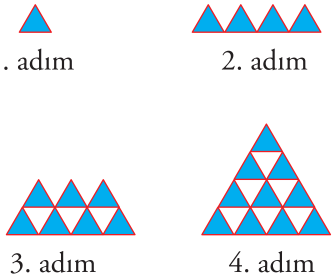
C) 65 D) 15

10. **Genel terimi** $(4n-1)$ **olan örüntünün 9 ve 11. adımlarındaki terimlerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 35 B) 43

C) 78 D) 88

11.

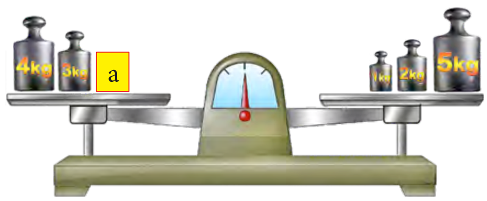


Yukarıdaki mavi boyalı üçgenlerin eklenmesi ile oluşan şekil örüntüsünün genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2n - 1$ B) $3n - 2$

C) $4n - 3$ D) $5n - 4$

12.



Yukarıdaki terazi dengede durduğuna göre a kütlesinin ağırlığı kaç kg'dır?

A) 1 B) 2

C) 3 D) 4

13. $(-4) \cdot \blacksquare = (-6) \cdot (+10)$ **eşitliğinde** $\blacksquare$ **kaçtır?**

A) +60 B) –60

C) –15 D) +15

14. **Aşağıdakilerden hangisi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir?**

A) $x^2 - 1 = 5$ B) $xy + 2 = 0$

C) $x + y = 2$ D) $x - 2 = 0$

15. $3x - 7x - 1 = (+4) - (-11)$ **denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) +4 B) +2

C) −2 D) −4

16. $\dfrac{2 \cdot (x-3)}{7} = 12$ **denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 21 B) 42

C) 45 D) 48

17. **Bir sayının 2 katının 8 eksiğinin yarısı −26 ise bu sayı kaçtır?**

A) −8 B) −22

C) +8 D) +22

18. **Ardışık üç çift sayının toplamı 24 ise bu sayıların en büyüğü kaçtır?**

A) 6 B) 8

C) 10 D) 12

HAYAT BOYU ÖĞRENME

19. Salih ile kardeşinin yaşları toplamı 18'dir. Salih'in yaşı, kardeşinin yaşının 3 katının 2 eksiğidir.

Buna göre Salih'in 4 yıl sonraki yaşı kaçtır?

A) 12 B) 17

C) 8 D) 5

20. Ahmet Bey, yeni aldığı 250 sayfalık romanı, her gün bir önceki günden 15 sayfa fazla okuyarak beş günde bitiriyor.

Buna göre Ahmet Bey, dördüncü günün sonunda kaç sayfa okumuştur?

A) 25 B) 45

C) 160 D) 170

4. ÜNİTE

SAYILAR VE İŞLEMLER

ÜNİTE KONULARI

- ORAN VE ORANTI
- YÜZDELER

4. ÜNİTE

• ORAN VE ORANTI

• YÜZDELER

NELER ÖĞRENECEĞİZ ?

Bu ünitenin birinci bölümünü tamamladığınızda;

- Oranda çokluklardan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değeri belirlemeyi,
- Birbirine oranı verilen iki çokluktan biri verildiğinde diğerini bulmayı,
- Gerçek hayat durumlarını inceleyerek iki çokluğun orantılı olup olmadığına karar vermeyi,
- Doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi ifade etmeyi,
- Doğru orantılı iki çokluğa ait orantı sabitini belirlemeyi ve yorumlamayı,
- Gerçek hayat durumlarını inceleyerek iki çokluğun ters orantılı olup olmadığına karar vermeyi,
- Doğru ve ters orantıyla ilgili problemleri çözmeyi öğreneceksiniz.

Bu ünitenin ikinci bölümünü tamamladığınızda;

- Bir çokluğun belirtilen bir yüzdesine karşılık gelen miktarını ve belirli bir yüzdesi verilen çokluğun tamamını bulmayı,
- Bir çokluğu diğer bir çokluğun yüzdesi olarak hesaplamayı,
- Bir çokluğu belirli bir yüzde ile arttırmaya veya azaltmaya yönelik hesaplamalar yapmayı,
- Yüzde ile ilgili problemleri çözmeyi öğreneceksiniz.

ANAHTAR KAVRAMLAR

- orantı
- doğru orantı
- ters orantı

SEMBOLLER

- $a : b$
- a / b
- $\frac{a}{b}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

ORAN VE ORANTI

Oranda Çokluklardan Birinin 1 Olması Durumunda Diğerinin Alacağı Değer

Kerem Bey, evini boyamak için kova ile boya alıyor. Kovanın içindeki 15 litre boya ile 75 metrekarelik yüzey boyanıyor.

Buna göre Kerem Bey, 1 litre boya ile kaç metrekarelik yüzey boyayabilir? Boya miktarı ile boyanacak yüzey alanı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız

Örnek

Gönül Hanım, 2 bardak pirince 3 bardak su ekleyerek pilav pişiriyor.

Gönül Hanım'ın kullandığı bu ölçüye göre 1 bardak pirinç ile pilav pişirmek için kaç bardak su gerektiğini bulalım.

Çözüm

Gönül Hanım'ın kullandığı su miktarı ile pirinç miktarını karşılaştıralım.

$\dfrac{\text{Su miktarı (bardak)}}{\text{Pirinç miktarı (bardak)}} = \dfrac{3}{2}$ olur.

Bir bardak pirinç için gerekli su miktarını bulmak için çoklukların her ikisini 2'ye bölelim. 1 bardak pirinç için

$\dfrac{3}{2} = \dfrac{3 \div 2}{2 \div 2} = \dfrac{1,5}{1} = 1,5$ bardak su gereklidir.

Örnek

Kürşat Bey'in almak istediği zeytinin 3 kg'lık bir kutusunun fiyatı 36 liradır.

Kürşat Bey'in bu zeytinden 1 kg aldığında kaç lira ödeyeceğini bulalım.

Çözüm

Bir kutu zeytin fiyatının, kutunun ağırlığına oranı $\dfrac{36}{3}$ olur. 1 kg zeytinin fiyatını bulmak için orandaki çoklukların her ikisini 3'e bölelim. 1 kg zeytinin fiyatı,

$\dfrac{36}{3} = \dfrac{36 \div 3}{3 \div 3} = \dfrac{12}{1} = 12$ liradır.

Örnek

5 kg sütten 800 gr peynir elde edilebildiğine göre 1 kg sütten kaç gr peynir elde edebileceğimizi bulalım.

Çözüm

5 kg süt — 800 gr peynir

1 kg süt — x gr peynir

$$x = \frac{1 \,.\, 800}{5} = 160 \text{ gr bulunur.}$$

BİLGİ KUTUSU

İki çokluğun ölçülerinin, bölme işlemi şeklinde birbiri ile karşılaştırılmasına **oran** denir. a ve b iki çokluk olmak üzere a'nın b'ye oranı, $\frac{a}{b}$, **a/b** ya da **a:b** şeklinde gösterilir.

ALIŞTIRMALAR

1. Bir markette deterjanlarda indirim başlıyor. İndirimde, Arzu'nun kullandığı deterjanın 3 kg'ı 45 liradır.

   Arzu'nun bu deterjanın 1 kg'ına kaç lira ödeyeceğini bulunuz.

2. Okul kermesinde satmak için Mert'in annesi portakal suyu hazırlamak istiyor. 5 kg portakaldan 3 litre portakal suyu elde ediliyor. Kermes komitesi, portakal suyunun fiyatını belirleyebilmek için 1 litre portakal suyuna kaç kg portakal kullandığını hesaplamasını istiyor.

   Mert'in annesi, 1 litre portakal suyu yapmak için kaç kg portakal kullanmıştır?

3. Emine Teyze, bahçesinde yetiştirdiği domateslerden salça yapıp 8 kg'lık kutularda satıyor. Bir kutu salça yapmak için 56 kg domates kullanıyor. Müşterileri 1 kg'lık kutuda salça istiyor.

   Buna göre Emine Teyze'nin, 1 kg'lık bir kutu salça yapması için kaç kg domatese ihtiyacı vardır?

Oran

Beden Kitle İndeksi (BKİ), yetişkin bir insanın kilosu ile boy uzunluğunun ne kadar uyumlu olduğunu hesaplamak için kullanılan bir yöntemdir. Beden Kitle İndeksi; beden ağırlığının, boy uzunluğunun karesine oranı ile hesaplanır.

$$\text{BKİ} = \frac{\text{Beden Kütlesi}}{\text{Boy Uzunluğu}^2}\ \text{kg / m}^2$$

Sağlık Bakanlığının hazırladığı, beden kitle indeksi değerine göre hazırlanan tablo aşağıda verilmiştir.

BKİ Değeri	Durumunuz
0 –18,5 kg/m^2 nin arasında ise	Zayıf
18,5 – 24,9 kg/m^2 nin arasında ise	Normal kilolu
25 – 29,9 kg/m^2 nin arasında ise	Fazla kilolu
30 – 34,9 kg/m^2 nin arasında ise	I. Derece obez
35 – 39,9 kg/m^2 nin arasında ise	II. Derece obez
40 kg/m^2 nin üzerinde ise	III. Derece morbid obez

Yukarıdaki bilgilere göre beden kitle indeksinizi hesaplayarak durumunuzun hangi aralıkta olduğunu belirleyiniz.

Örnek

Savaş Bey, evinin zeminini parke kaplamak istiyor. 1 paket parke ile 25 m^2 lik zemin kaplanıyor. Savaş Bey'in evi 125 m^2 dir.

Buna göre Savaş Bey'in evinin tamamını kaplamak için kaç paket parke alması gerektiğini bulalım.

Çözüm

1 paket parke ile 25 m^2 lik zemin kaplanabiliyor ise 1 paket parkenin, kapladığı alana oranı $\frac{1}{25}$'dir. 125 m^2 lik zemini kaplamak için kaç paket parke gerektiğini tablo ile bulalım.

Parke paketinin sayısı	1	2	3	4	5
Kapladığı alan	25	2 . 25=50	3 . 25=75	4 . 25=100	5 . 25 = 125

Tabloda görüldüğü gibi 125 m^2 lik zemini kaplamak için 5 paket parke gerekir.

Örnek

Özlem, vişne reçeli yapmak istiyor. Kullandığı tarifte vişnenin şekere oranı $\frac{2}{3}$ olarak veriliyor.

Özlem'in pazardan aldığı 6 kg vişne ile reçel yapabilmesi için kaç kg şeker kullanması gerektiğini bulalım.

Çözüm

1. Yol: Reçel tarifinde vişnenin şekere oranı $\frac{2}{3}$ ise önce 1 kg vişne için kullanılacak şeker miktarını bulalım.

$\frac{\text{Vişne (kg)}}{\text{Şeker (kg)}} = \frac{2}{3}$ ise $\frac{\text{Şeker (kg)}}{\text{Vişne (kg)}} = \frac{3}{2}$ olur. Orandaki çoklukların her ikisini 2'ye bölelim.

Buna göre 1 kg vişne için $\frac{3}{2} = \frac{3 \div 2}{2 \div 2} = \frac{1,5}{1} = 1,5$ kg şeker gereklidir. 6 kg vişne için kaç kg şeker gerektiğini bulmak için tablo yapalım.

Vişne miktarı (kg)	1	2	3	4	5	6
Şeker miktarı (kg)	1,5	2 . 1,5 = 3	3 . 1,5 = 4,5	4 . 1,5 = 6	5 . 1,5 = 7,5	6 . 1,5 = 9

Tabloda görüldüğü gibi 6 kg vişne için 9 kg şeker gereklidir.

2. Yol: Reçel tarifinde vişnenin şekere oranı; $\frac{\text{Vişne (kg)}}{\text{Şeker (kg)}} = \frac{2}{3}$'tür.

Reçel yapımında kullanılacak 6 kg vişnenin, verilen orandaki payın kaç katı olduğunu bulalım.

$6 \div 2 = 3$ katıdır.

Verilen oranda paydanın da 3 katını aldığımızda kullanılacak şeker miktarını buluruz.

$3 . 3 = 9$ kg şeker gereklidir.

ALIŞTIRMALAR

1. Bir sınıftaki kız öğrencilerin erkek öğrencilere oranı $\frac{3}{5}$'tir.

Bu sınıftaki kız öğrenci sayısı 18 olduğuna göre erkek öğrenci sayısını bulunuz.

2. Aşağıdaki tabloda, kurak bir arazinin dönümüne ekilen tohumluk buğday ile hasat edilen buğday arasındaki ilişki verilmektedir.

Tohumluk buğday (kg)	20	30	40	...
Hasat edilen buğday (kg)	200	300	400	...

Buna göre kurak bir araziye;

a. **Ekilen tohumluk buğday miktarının hasat edilen buğday miktarına oranını yazınız.**

b. **Bir ton buğday eken bir çiftçinin kaç ton buğday hasat edeceğini bulunuz.**

3. Arzu'nun yaşının Senem'in yaşına oranı $\frac{3}{4}$'tür.

Senem'in yaşı 16 olduğuna göre Arzu'nun yaşı kaçtır?

4. Kerem Bey'in meyve bahçesindeki portakal ağaçlarının mandalina ağaçlarına oranı $\frac{5}{6}$'dır.

Kerem Bey'in bahçesinde 45 tane portakal ağacı olduğuna göre kaç tane mandalina ağacı vardır?

Orantı

Cep telefonu kullanımlarında 100 liralık kullanım için 7,5 lira Özel İletişim Vergisi (ÖİV) ödenmektedir.

Siz de son üç aya ait cep telefonu faturanızdaki toplam tutarın, ÖİV tutarına oranını ayrı ayrı yazınız. Bulduğunuz oranları karşılaştırınız.

Örnek

Zeytinyağı üretiminde, elde edilen zeytinyağı ile üretimde kullanılan zeytin miktarı arasında ilişkiyi gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

Zeytinyağı (litre)	2	4	6	...
Zeytin (kg)	7	14	21	...

Tabloya göre üretilen zeytinyağı ile kullanılan zeytin oranını her bir sütun için ayrı ayrı yazarak karşılaştıralım.

Çözüm

Tablonun her bir sütununda verilen oranları yazalım ve oranlarda sadeleştirme yapalım.

Tablonun 1. sütunundaki oran : $\frac{2}{7}$,

Tablonun 2. sütunundaki oran : $\frac{4}{14} = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{14}_{7}} = \frac{2}{7}$,

Tablonun 3. sütunundaki oran : $\frac{6}{21} = \frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{21}_{7}} = \frac{2}{7}$ dir.

Buna göre $\frac{2}{7} = \frac{4}{14}$ ve $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$ olur.

BİLGİ KUTUSU

İki ya da daha fazla oranın eşitliğine **orantı** denir.

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ oranları birbirine eşit ise $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$ ya da $\mathbf{a \div b = c \div d}$ şeklinde gösterilir.

$$\begin{array}{rcl} \textbf{1. terim} \leftarrow \mathbf{a} & & \mathbf{c} \rightarrow \textbf{3. terim} \\ \hline \textbf{2. terim} \leftarrow \mathbf{b} & = & \mathbf{d} \rightarrow \textbf{4. terim} \end{array}$$

Bir orantıdaki 1. ve 4. terime **iç terimler (içler)**, 2. ve 3. terime **dış terimler (dışlar)** denir.

Örnek

$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ **orantısında;**

a. **İçler terimleri ve dış terimleri kendi aralarında çarpalım.**

b. **İç terimlerin yerini değiştirelim.**

c. **Dış terimlerin yerini değiştirelim.**

ç. **Oranların payları ile paydalarının yerini değiştirelim. Bulduğumuz sonuçları yorumlayalım.**

Çözüm

a. $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$

$10 \longrightarrow$ Dış terimler

$15 \longrightarrow$ İç terimler

İç terimler çarpımı : $2 \cdot 15 = 30$
Dış terimler çarpımı : $3 \cdot 10 = 30$

İç terimler çarpımı, dış terimler çarpımına eşit olur.

b. $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ orantısında iç terimlerin yer değiştirirse orantı $\frac{15}{3} = \frac{10}{2}$ olur.

İç terimler çarpımı : $15 \cdot 2 = 30$
Dış terimler çarpımı : $3 \cdot 10 = 30$

İç terimler yer değiştirdiğinde, içler dışlar çarpımı yine eşit oldu yani orantı değişmedi.

c. $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ orantısında dış terimlerin yer değiştirirse orantı $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$ olur.

İç terimler çarpımı : $2 \cdot 15 = 30$
Dış terimler çarpımı : $10 \cdot 3 = 30$

Dış terimler yer değiştirdiğinde, içler dışlar çarpımı yine eşit oldu yani orantı değişmedi.

ç. $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ orantısında paylar ile paydalar yer değiştirirse orantı $\frac{3}{2} = \frac{15}{10}$ olur.

İç terimler çarpımı : $3 \cdot 10 = 30$
Dış terimler çarpımı : $2 \cdot 15 = 30$

Paylar ile paydalar yer değiştirdiğinde, içler dışlar çarpımı yine eşit oldu yani orantı değişmedi.

BİLGİ KUTUSU

Bir orantıda;

- İçler çarpımı, dışlar çarpımına eşittir.
- İç terimler yer değiştirirse orantı değişmez.
- Dış terimler yer değiştirirse orantı değişmez.
- Oranların payları ile paydaları yer değiştirirse orantı değişmez.

Örnek

Aşağıdaki oran çiftlerinden hangilerinin bir orantı belirttiğini bulalım.

a. $\frac{3}{48}$, $\frac{2}{32}$ **b.** $\frac{5}{28}$, $\frac{2}{21}$

Çözüm

a. $\frac{3}{48}$, $\frac{2}{32}$ oranlarını bir orantı kabul edip içler dışlar çarpımının eşit olup olmadığına bakalım.

$\frac{3}{48} \stackrel{?}{=} \frac{2}{32}$ ise $3 . 32 \stackrel{?}{=} 48 . 2$

$96 = 96$'dır.

İçler dışlar çarpımı eşit olduğu için bir $\frac{3}{48}$, $\frac{2}{32}$ oran çifti orantı oluşturur.

Buna göre $\frac{3}{48} = \frac{2}{32}$ olur.

b. $\frac{5}{28}$, $\frac{2}{21}$ oranlarını bir orantı kabul edip içler dışlar çarpımının eşit olup olmadığına bakalım.

$\frac{5}{28} \stackrel{?}{=} \frac{2}{21}$ ise $5 . 21 \stackrel{?}{=} 28 . 2$

$105 \neq 56$'dır.

İçler dışlar çarpımı eşit olmadığı için bir $\frac{5}{28}$, $\frac{2}{21}$ oran çifti orantı oluşturmaz.

Örnek

$\frac{3}{5} = \frac{12}{x}$ **orantısında x'in kaç olduğunu bulalım.**

Çözüm

$\frac{3}{5} = \frac{12}{x}$ İçler dışlar çarpımı yapalım.

$3 . x = 5 . 12$

$3x = 60$

$x = 20$'dir.

Örnek

Bir ağacın yanında duran Cem'in boyu 150 cm'dir. Cem'in gölgesinin uzunluğu 250 cm olduğu anda ağacın gölgesinin uzunluğu 350 cm'dir.

Buna göre ağacın boyunun kaç cm olduğunu bulalım.

Çözüm

Gerçek uzunluklar ile gölge uzunlukları arasındaki oranlardan oluşan bir orantı kuralım. Ağacın boyu x olsun. Buna göre

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\text{Cem'in boyu}}{\text{Gölgesinin uzunluğu}} = \dfrac{150}{250} \\[2ex] \dfrac{\text{Ağacın boyu}}{\text{Gölgesinin uzunluğu}} = \dfrac{x}{350} \end{array}\right\} \text{ ise } \dfrac{150}{250} = \dfrac{x}{350} \text{ olur.}$$

$\dfrac{150}{250} = \dfrac{x}{350}$ İçler dışlar çarpımı yapalım.

$250 \cdot x = 150 \cdot 350$

$\dfrac{\cancel{250}^{1} \cdot x}{\cancel{250}_{1}} = \dfrac{52500}{250}$ Eşitliğin her iki tarafını 250'ye bölelim.

$x = 210$ cm olur. Ağacın boyu 210 cm'dir.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki oran çiftlerinden hangilerinin bir orantı belirttiğini bulunuz.

a. $\dfrac{3}{42}, \dfrac{2}{24}$ **b.** $\dfrac{4}{15}, \dfrac{5}{22}$ **c.** $\dfrac{11}{4}, \dfrac{22}{8}$

ç. $\dfrac{3}{7}, \dfrac{6}{21}$ **d.** $\dfrac{4}{5}, \dfrac{36}{45}$ **e.** $\dfrac{9}{15}, \dfrac{3}{5}$

2. Aşağıdaki orantılarda bilinmeyen terimleri bulunuz.

a. $\dfrac{4}{7} = \dfrac{12}{x}$ **b.** $\dfrac{x}{5} = \dfrac{18}{45}$

c. $\dfrac{33}{22} = \dfrac{x}{2}$ **ç.** $\dfrac{7}{x} = \dfrac{21}{36}$

3. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{2}{9}$ **orantısında a = 6 iken b kaç olur?**

Doğru Orantı

Pakize Hanım kızının nişan töreni için hazırlık yapıyor. Davetli sayısına göre küçük kekler yapmak istiyor. Başlangıçta 30 kişinin geleceğini düşünerek 60 tane küçük kek pişirmeyi planlıyor. Daha sonra davetli listesinde bir değişiklik oluyor ve kişi sayısı 45'e çıkıyor.

Buna göre, kişi sayısı arttığında başlangıçta belirlenen orana göre pişirdiği keklerin sayısını artırmalı mı azaltmalı mıdır? Yorumlayınız.

Örnek

Bir otomobil sabit hızla, saatte 90 km yol gidiyor. Buna göre;

a. Otomobilin gittiği yol ile zaman arasındaki orantıyı yazalım.

b. Zamanın artışına göre gidilen yoldaki değişimi inceleyelim.

c. 6 saat sonra otomobilin kaç km yol gitmiş olacağını bulalım.

Çözüm

Otomobilin gittiği yol ile zaman arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablo yapalım.

Zaman (sa.)	1	2	3	...
Yol (km)	90	2 . 90 = 180	3 . 90 = 270	...

a. Tablonun her bir sütununda verilen oranları yazalım ve oranlarda sadeleştirme yapalım.

$\frac{1}{90} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{90}{\cancel{180}}} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{90}{\cancel{270}}}$ olur. Her bir oranı sadeleştirdiğimizde sonuç $\frac{1}{90}$ oldu. Buna göre zamanın gidilen yola oranı; $\frac{\text{Zaman}}{\text{Yol}} = \frac{1}{90}$ olur.

b. Tabloyu incelediğimizde zaman 2 katına çıktığında yol da 2 katına, zaman 3 katına çıktığında yol da 3 katına çıkıyor. Zaman arttıkça gidilen yol da artıyor.

$$\frac{\text{Zaman}}{\text{Yol}} = \frac{1}{90} = \frac{2}{180} \quad (\text{2 kat}) \qquad \frac{\text{Zaman}}{\text{Yol}} = \frac{1}{90} = \frac{3}{270} \quad (\text{3 kat})$$

c. 6 saatin sonunda gidilen yol x olsun. Tabloya göre zamanın gidilen yola oranlarından oluşan orantıyı yazalım.

$\frac{1}{90} = \frac{6}{x}$ ise $1 \cdot x = 90 \cdot 6$

$x = 540$ km yol gider.

BİLGİ KUTUSU

Bir orantıda; iki çokluktan biri artarken diğeri aynı oranda artıyor ya da biri azalırken diğeri aynı oranda azalıyorsa bu çokluklara **doğru orantılı çokluklar** denir. Doğru orantılı çokluklarda terimlerin birbirine bölümü sabit bir sayıdır. Bu sabit sayıya **orantı sabiti** denir. Genellikle **k** harfi ile gösterilir.

a ve b doğru orantılı çokluklar olmak üzere, $\frac{a}{b} = \underbrace{k}_{\text{orantı sabiti}}$ olur.

Örnek

3 kg'ı 10 TL olan domatesten 6 kg alan bir kişinin kaç TL ödeyeceğini bulalım.

Çözüm

1. Yol: 6 kg domates için ödenecek tutara x diyelim.

$$\frac{\text{Domates (kg)}}{\text{Tutar (TL)}} = \frac{3}{10} \underset{2\text{ kat}}{\overset{2\text{ kat}}{=}} \frac{6}{x}$$ ise $x = 10 \cdot 2 = 20$ TL öder.

2. Yol: 6 kg domates için ödenecek tutara x diyelim.

$\frac{3}{10} = \frac{6}{x}$ İçler dışlar çarpımı yapalım.

$3 \cdot x = 10 \cdot 6$

$3x = 60$

$x = 20$ TL öder.

3. Yol: Alınan domates miktarı arttığında ödenecek tutar da aynı oranda artar. Bu nedenle doğru orantılı çokluklardır. 6 kg domates için ödenecek tutara x diyelim.

Domates miktarı artıyor.	3 kg domatese	10 TL ödenirse	Ödenecek tutar artar.
	6 kg domatese	x TL ödenir.	

Doğru Orantı (D.O.)

$3 \cdot x = 6 \cdot 10$

$3x = 60$ ise $x = 20$ TL öder.

Örnek

Bir tekstil firmasında hafta içi aynı nitelikte 20 işçi günde 360 gömlek dikiyor.

İşçi sayısı 5 kişiye düşürüldüğünde günde kaç gömlek dikilebileceğini bulalım.

Çözüm

1. Yol: İşçi sayısı ile dikilen gömlek sayısına ait orantıyı yazalım ve orantı sabitini bulalım.

$$\frac{\text{İşçi sayısı}}{\text{Gömlek sayısı}} = \frac{\overset{1}{\cancel{20}}}{\underset{18}{\cancel{360}}} \text{ ise } k = \frac{1}{18}\text{'dir.}$$

Orantı sabitine göre gömlek sayısı işçi sayısının 18 katıdır. Bu durumda işçi sayısı 5 olduğunda dikilen gömlek sayısı;

5 . 18 = 90 tane olur.

2. Yol: İşçi sayısı azaldığında dikilen gömlek sayısı da azalacağı için çokluklar doğru orantıdır.

İşçi sayısı azalıyor.			Gömlek sayısı azalır.
	20 işçi	360 gömlek dikerse	
	5 işçi	x gömlek diker.	

Doğru Orantı (D.O.)

$$20 \,.\, x = 5 \,.\, 360$$

$$20x = 1800$$

$x = 90$ tane gömlek dikilir.

Örnek

Deniz ve Kuzey, 20 adet şekeri sırasıyla 2 ve 3 ile doğru orantılı olarak paylaşıyor.

Buna göre kişi başına düşen şeker miktarlarını bulalım.

Çözüm

Deniz'in payına düşen şeker sayısı : a,

Kuzey'in payına düşen şeker sayısı : b olsun.

Şekerleri 2 ve 3 ile doğru orantılı paylaştıklarına göre, $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = k$ olur.

$\frac{a}{2} = k$ ise $\frac{a}{2} = \frac{k}{1}$ İçler dışlar çarpımı yapalım.

$a = 2k$ Deniz'in payına düşen şeker sayısıdır.

$\dfrac{b}{3} = k$ ise $\dfrac{b}{3} \times \dfrac{k}{1}$ İçler dışlar çarpımı yapalım.

$b = 3k$ Kuzey'in payına düşen şeker sayısıdır.

Toplam şeker sayısı 20 olduğuna göre

$$a + b = 20$$
$$2k + 3k = 20$$
$$5k = 20$$
$$k = 4 \text{ olur.}$$

Deniz'in payına düşen şeker sayısı : $a = 2k = 2.\ 4 = 8$'dir.

Kuzey'in payına düşen şeker sayısı : $b = 3k = 3.\ 4 = 12$'dir.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki tabloda bir site bahçesindeki sulama fıskiyeleri ile suladıkları alan arasındaki ilişki verilmiştir.

Sulanan alan (m^2)	5	...	10	12,5	...
Fiskiye miktarı	2	3	...	...	6

Buna göre;

a. **Tablodaki boşlukları doldurunuz.**

b. **Tablodaki verilerden yararlanarak bir orantı oluşturunuz ve orantının türünü belirtiniz.**

c. **Oluşturduğunuz orantının, orantı sabitini yazınız.**

ç. **1 m^2 lik alanı sulamak için kaç adet fıskiyeye ihtiyaç vardır?**

d. **20 m^2 lik alanı sulamak için kaç adet fıskiyeye ihtiyaç vardır?**

2. a ile b sayısı doğru orantılıdır.

a = 2 iken b = 5 ise a =8 iken b kaçtır?

3. Ali ve Mehmet lunaparkta Sihirli Aynalar isimli bir salona giriyor. Ali 162 cm boyunda olmasına rağmen aynadaki boyu 54 cm'dir.

Mehmet'in boyu 159 cm olduğuna göre aynadaki boyu kaç cm'dir?

4. Elif ile Zeynep babalarının verdiği 52 lirayı yaşları ile doğru orantılı olarak paylaşmak istiyorlar. Elif'in yaşı 6, Zeynep'in yaşı 8'dir.

Buna göre Elif ve Zeynep'in payı kaçar liradır?

Ters Orantı

Bir zeytinyağı üreticisi, ürettiği 3000 litre zeytinyağını paketlemek için şişe almak istiyor. Yaptığı araştırma sonrasında aynı fiyata 2, 3, 4 ve 5 litrelik şişeler satan bir firma ile görüşme yapıyor. Paketleme maliyetine göre satış fiyatı belirlemek istiyor.

Buna göre kullanılan şişenin hacmi ile şişe sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır? Bir tablo yaparak inceleyiniz.

Örnek

Boş bir havuzu, bir musluk 12 saatte doldurabiliyor.

Bu havuza özdeş musluklar eklendiğinde musluk sayısı ile havuzun dolma süresi arasındaki ilişkiyi inceleyelim. Özdeş 6 musluğun havuzu kaç saatte dolduracağını bulalım.

Çözüm

1. Yol: Musluk sayısı ile havuzun dolma süresi arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu hazırlayalım.

Musluk sayısı	1	2	3	4	...
Süre (sa.)	12	6	4	3	...

Tablo incelendiğinde musluk sayısı arttığında havuzun dolma süresi azalmaktadır. Musluk sayısı 2, 3 ve 4 kat arttığında havuzun dolma süresi 2, 3 ve 4'e bölünmektedir.

Musluk sayısı ile havuzun dolma sürelerini çarpalım. Çarpımlar aynı sabit sayıyı verir.

$1 \,.\, 12 = 2 \,.\, 6 = 3 \,.\, 4 = 4 \,.\, 3 = 12$

6 musluğun havuzu doldurma süresine x diyelim. Orantı sabiti 12 olduğu için

$6 \,.\, x = 12$ olur.

$x = 2$ saatte 6 musluk havuzu doldurur.

2. Yol: Musluk sayısı ile havuzun dolma süresi ters orantılıdır.

Musluk sayısı artıyor.

1 musluk ⟷ 12 saatte doldurursa

6 musluk ⟷ x saatte doldurur

Süre azalıyor.

Ters Orantı (T.O.)

$$1 \,.\, 12 = 6 \,.\, x$$
$$12 = 6x$$
$$x = 2 \text{ saatte havuz dolar.}$$

BİLGİ KUTUSU

Bir orantıda; iki çokluktan biri artarken diğeri aynı oranda azalıyor ya da biri azalırken diğeri aynı oranda artıyorsa bu çokluklara **ters orantılı çokluklar** denir. Ters orantılı çokluklarda terimlerin birbiri ile çarpımı sabit bir sayıdır. Bu sabit sayıya **orantı sabiti** denir. Genellikle **k** harfi ile gösterilir.

a ve b ters orantılı çokluklar olmak üzere, $a \cdot b = \underbrace{k}_{\text{orantı sabiti}}$ olur.

Örnek

Bir apartman sakinleri apartmanın dış cephesine mantolama yaptırmak istiyor. Mantolama işlemi için yapılan anlaşmada, 3 işçi çalıştırılarak 36 günde işin bitirileceği yazıyor.

Buna göre işçi sayısı ile işin bitme süresi arasındaki ilişkiyi inceleyelim. 9 işçi çalışırsa işin bitme süresini hesaplayalım.

Çözüm

1. Yol: İşin bitme süresi ile işçi sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren tabloyu hazırlayalım.

İşçi sayısı	1	2	3	4	…
İşin bitme süresi (gün)	108	54	36	27	…

Tablo incelendiğinde işçi sayısı arttığında işin bitme süresi azalmaktadır. İşçi sayısı 2, 3 ve 4 kat arttığında işin bitme süresi 2, 3 ve 4'e bölünmektedir.

İşçi sayısı ile işin bitme sürelerini çarpalım. Çarpımlar aynı sabit sayıyı verir.

$1 \cdot 108 = 2 \cdot 54 = 3 \cdot 36 = 4 \cdot 27 = 108$

9 işçinin işi bitirme süresine x diyelim. Orantı sabiti 108 olduğu için

$9 \cdot x = 108$ olur.

$x = 12$ günde mantolama işlemi biter.

2. Yol: İşçi sayısı ile işin bitme süresi ters orantılıdır.

İşçi sayısı artıyor.

3 kişi ⟷ 36 günde tamamlarsa

9 işçi ⟷ x saatte tamamlar

Süre azalıyor.

Ters Orantı (T.O.)

$$3 \,.\, 36 = 9 \,.\, x$$
$$102 = 9x$$
$x = 12$ günde mantolama işlemi biter.

Örnek

Arda 5, Tamer 7 yaşındadır. Arda ile Tamer, 48 adet bilyeyi yaşları ile ters orantılı olarak paylaşmak istiyorlar.

Buna göre Arda ve Tamer'in payına düşen bilye sayısını bulalım.

Çözüm

Arda'nın payına düşen bilye sayısı : x,

Tamer'in payına düşen bilye sayısı : y olsun.

Bilyeleri 5 ve 7 ile ters orantılı paylaştıklarına göre, $x \,.\, 5 = y \,.\, 7 = k$ olur.

$x \,.\, 5 = k$ ise $x = \dfrac{k}{5}$ Arda'nın payına düşen bilye sayısıdır.

$y \,.\, 7 = k$ ise $y = \dfrac{k}{7}$ Tamer'in payına düşen bilye sayısıdır.

Toplam bilye sayısı 48 olduğuna göre

$$x + y = 48$$

$$\underset{(7)}{\frac{k}{5}} + \underset{(5)}{\frac{k}{7}} = 48 \qquad \text{Payda eşitleyelim.}$$

$$\frac{7k + 5k}{35} = 48$$

$$\frac{12k}{35} = 48$$

$$12k = 35 \,.\, 48$$

$$k = 140 \text{ olur.}$$

Arda'nın payına düşen bilye sayısı : $x = \dfrac{k}{5} = \dfrac{140}{5} = 28$ olur.

Tamer'in payına düşen bilye sayısı : $y = \dfrac{k}{7} = \dfrac{140}{7} = 20$ olur.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki tabloda boş bir havuzu dolduran musluklar ile doldurma süreleri arasındaki ilişki verilmiştir.

Musluk sayısı	2	…	4	6	12
Doldurma süresi (saat)	…	3	…	…	3

Buna göre;

a) **Tabloda yer alan boşlukları doldurunuz.**

b) **Tablodaki verilerden yararlanarak bir orantı oluşturunuz ve orantının türünü belirtiniz.**

c) **Oluşturduğunuz orantının orantı sabitini yazınız.**

ç) **Havuzu 1 saatte doldurmak için kaç adet musluğa ihtiyaç vardır?**

d) **24 adet musluk ile havuz kaç saatte dolar?**

2. a ile b sayısı ters orantılıdır.

a = 3 iken b = 16 ise a =6 iken b kaçtır?

3. Bir iş yerindeki günlük üretimi, 5 işçi günde 8 saat çalışarak tamamlıyor. Bu iş yerinde iş güvenliği nedeni ile mesai saatlerinin azaltılmasına karar veriliyor.

Günlük 4 saat çalışma ile aynı işin tamamlanması için kaç işçi çalışmalıdır?

4. Demet Hanım aldığı bir paket tokayı, 4 ve 6 yaşındaki kızlarına yaşları ile ters orantılı olarak paylaştırıyor.

Bir pakette 24 adet toka olduğuna göre her bir kardeş kaç toka alır?

Doğru ve Ters Orantı Problemleri

Doğru ve ters orantı özelliklerini kullanarak günlük hayatta sıklıkla karşımıza çıkan ölçek, karışım, indirim, fiyat artışı vb. gibi durumlara ait problemleri çözebiliriz.

Problem

Ankara ile İzmir arasındaki uzaklık 585 km'dir.

Bu iki şehir arasındaki uzaklığın, 1:5000000 ölçekli bir haritada kaç cm olduğunu bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Ankara ile İzmir arasındaki gerçek uzaklık 585 km ve kullanılan haritanın ölçeği 1:5000000'dir.

İstenenler: Haritada Ankara ile İzmir arasındaki uzaklık kaç cm'dir?

Çözümü Planlayalım

Problemde verilen çoklular doğru orantılı çokluklardır. Haritadaki uzaklık x km olsun. Doğru orantı özelliklerini kullanarak problemi çözelim.

Problemi Çözelim

1. Yol: Gerçek uzaklık ile haritadaki uzaklık doğru orantılıdır.

Ölçek = $\dfrac{\text{Haritadaki uzaklık}}{\text{Gerçek uzaklık}}$ orantısında verilenleri yerine yazalım.

$$\frac{1}{5000000} = \frac{x}{585}$$

$$5000000 . x = 1 . 585$$

$$x = \frac{585}{5000000}$$

$$x = 0{,}000117 \text{ km olur.}$$

1 km = 100000 cm olduğuna göre x = 0,000117 . 100000 = 11,7 cm'dir.

2. Yol: Doğru orantıyı kullanalım.

Gerçek Uzaklık	Haritadaki Uzaklık
5000000 cm	1 cm
585 cm	x cm

D.O.

$$5000000 . x = 585 . 1$$

$$5000000\, x = 585$$

$$x = 0{,}000117 \text{ km olur.}$$

1 km = 100000 cm olduğuna göre x = 0,000117 . 100000 = 11,7 cm'dir.

Problem

Osman Bey evini mavinin bir tonuna boyamak istiyor. Boyacı, Osman Bey'in istediği tonu elde etmesi için mavi rengin beyaz renge oranın $\frac{2}{5}$ olması gerektiğini söylüyor.

Evin tamamını boyamak için 28 litre boya alması gereken Osman Bey'in, beyaz ve mavi renkli boyalardan kaçar litre alması gerektiğini bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: İstenen mavi tonunu elde etmek için gereken oran $\frac{\text{Mavi}}{\text{Beyaz}} = \frac{2}{5}$'tir. Evin tamamını boyamak için gerekli boya miktarı toplam 28 litredir.

İstenenler: Beyaz ve mavi renkli boyalardan kaçar litre alınmalıdır?

Çözümü Planlayalım

Mavi renkli boya miktarı : m

Beyaz renkli boya miktarı : b olsun. Problemde verilen oranlar ile bir orantı oluşturup orantı sabitini yazalım. Toplam boya miktarını kullanarak önce orantı sabitini daha sonra istenilen renklerdeki boya miktarlarını bulalım.

Problemi Çözelim

$$\frac{m}{b} = \frac{2}{5} = k$$

$$\frac{m}{2} = \frac{b}{5} = k$$ Orantıda iç terimleri yer değiştirelim.

$\frac{m}{2} = k$ ise $m = 2k$ olur.

$\frac{b}{2} = k$ ise $b = 5k$'dir. Alınacak toplam boya miktarı 28 litre olduğuna göre;

$$m + b = 28$$
$$2k + 5k = 28$$
$$7k = 28$$
$$k = 4 \text{ olur.}$$

Mavi renkli boya miktarı : $m = 2k = 2 . 4 = 8$ litre,

Beyaz renkli boya miktarı : $b = 5k = 5 . 4 = 20$ litredir.

Problem

Bir mahalledeki çöp kutularında biriken çöpleri toplamak için belediyeye ait 8 tane çöp kamyonu her gün 3'er saat çalışmaktadır.

Çöp kamyonlarından iki tanesi bozulduğunda, geriye kalan kamyonların çöpleri toplamak için günde kaçar saat çalışması gerektiğini bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Belediyeye ait 8 tane çöp kamyonu günde 3'er saat çalışıyor. Kamyonlardan iki tanesi bozuluyor.

İstenenler: Bozulmayan kamyonlar çöpleri toplamak için günde kaçar saat çalışmalıdır?

Çözümü Planlayalım

8 kamyondan 2 tanesi bozulduğuna göre önce çalışır durumda olan kaç kamyon olduğunu bulalım. Kamyon sayısı azaldığında çalışma süresi artacağı için ters orantıdan yararlanarak isteneni bulalım.

Problemi Çözelim

Çalışır durumdaki kamyon sayısı: 8 – 2 = 6'dır.

Kamyon sayısı ile çalışma süresi ters orantılıdır. 6 kamyonun çalışması gereken süre x olsun.

8 kamyon $\longleftrightarrow$ 3 saat çalışıyorsa

6 kamyon $\longleftrightarrow$ x saat çalışır

T.O.

$$8 \cdot 3 = 6 \cdot x$$
$$24 = 6x$$

x = 4'tür. Kamyonların 4'er saat çalışması gerekir.

Problem

Devlet memurlarına maaşlarına ocak ve temmuz aylarında zam yapılır. Yapılan zam, tüm memurlara en son aldıkları maaş üzerinden aynı orandadır. Mayıs ayında maaşı 2400 lira olan bir devlet memurunun, temmuz ayındaki maaşı 72 lira artar.

Buna göre mayıs ayında 2100 lira alan bir memurun maaşının temmuz ayında kaç lira artacağını bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Zam oranı, tüm devlet memurları için aynıdır. Mayıs ayı maaşı 2400 lira olan bir memur temmuz ayında 72 lira zam alıyor.

İstenenler: Mayıs ayı maaşı 2100 lira olan bir memur temmuz ayında kaç lira zam alır?

Çözümü Planlayalım

Soruda verilen çokluklar doğru orantılı olduğu için doğru orantı kullanarak soruyu çözelim.

Problemi Çözelim.

2100 lira alan kişinin alacağı zam miktarı x olsun.

2400 lira maaş	72 lira zam
2100 lira maaş	x lira zam

D.O.

$$2400 \,.\, x = 2100 \,.\, 72$$

$$2400x = 2100 \,.\, 72$$

$$x = 63 \text{ lira zam alır.}$$

Problem

Bir mağazada satış fiyatı 90 lira olan bir gömlek sezon sonu indiriminde 72 liraya satılıyor.

Bu mağazadaki tüm ürünlerde aynı indirim oranı uygulandığına göre satış fiyatı 70 lira olan eteğin indirimli satış fiyatını bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Satış fiyatı 90 lira olan bir gömlek sezon sonu indiriminde 72 liraya satılıyor. İndirim oranı tüm ürünlerde aynıdır.

İstenenler: Satış fiyatı 70 lira olan eteğin indirimli satış fiyatı kaç liradır?

Çözümü Planlayalım

Soruda verilen çokluklar doğru orantılı olduğu için doğru orantı kullanarak soruyu çözelim.

Problemi Çözelim.

Satış fiyatı 70 lira olan eteğin indirimli satış fiyatı x olsun.

90 liralık gömlek	72 liraya iniyorsa
70 liralık etek	x liraya iner

D.O.

$$90 \,.\, x = 70 \,.\, 72$$

$$90x = 5040$$

$$x = 56 \text{ liraya iner.}$$

PROBLEMLER

1. Ayşe Hanım model kitabında beğendiği dantel motifinin örneğini daha rahat çıkarabilmek için fotokopi ile büyütmek istiyor. Fotokopi makinası şekli 1:3 ölçekte büyütüyor.

   Model kitabında bir kenar uzunluğu 10 cm olan kare şeklindeki motif fotokopi ile büyütüldüğünde bir kenar uzunluğu kaç cm olur?

2. Melis Hanım Lösemili Çocuklar Vakfı (LÖSEV) tarafından düzenlenen kermeste satmak için limonata hazırlamak istiyor. Kermes komitesi 30 litre limonatanın yeterli olacağını bildiriyor.

   Melis Hanım'ın hazırlayacağı limonatanın tarifinde, kullanılan limonun suya oranı $\frac{3}{7}$ olduğuna göre kaç litre limon suyu ve kaç litre suya ihtiyacı olduğunu bulunuz.

3. Büyük boy el dokuması bir halıyı 3 kişi 24 günde dokuyabiliyor. Halının 6 gün önce teslim edilmesi isteniyor.

   Buna göre halının istenen sürede teslim edilebilmesi için dokuma işinde kaç kişi çalışmalıdır?

4. Ahmet Bey iki çocuğunun haftalık harçlıklarına aynı oranda artış yapıyor. Haftalık harçlık olarak liseye giden Esra 50 lira, ilkokula giden Burcu 30 lira alıyor. Babalarının yaptığı artış sonrası Esra'nın haçlığı 60 liraya çıkıyor.

   Buna göre Burcu'nun harçlığı kaç lira olur?

5. Bir mağaza satışları artırmak için kampanya düzenliyor. Yapılan kampanyaya göre iki ürün alan bir müşteri, aldığı ürünlerden pahalı olan ürün fiyatı üzerinden $\frac{2}{5}$ oranında indirim kazanıyor. Bu mağazadan alışveriş yapmak isteyen Fuat 70 liralık bir pantolon ve 50 liralık bir gömlek beğeniyor.

   Buna göre Fuat'ın kaç lira indirim kazanacağını ve ödeyeceği toplam tutarı hesaplayınız.

YÜZDELER

Bir Çokluğun Belirtilen Bir Yüzdesini ve Belirli Bir Yüzdesi Verilen Çokluğun Tamamını Bulma

İndirime giren bir mağazada beğendiğiniz bir ürünün indirimli fiyatını, mağazanın belirttiği indirim yüzdesi doğrultusunda tahmin ediniz. Daha sonra indirim miktarını hesaplatarak ürünün indirimli satış fiyatı ile tahmininizi karşılaştırınız.

Örnek

18 Mart Çanakkale Zaferi'nin kutlama etkinlikleri kapsamında Çanakkale'deki şehitlikleri görmek için bir gezi planlanıyor. Planlanan bu geziye 300 kişi katılmak için başvuruda bulunuyor. Başvuruda bulunanların %40'ı erkek, geri kalanı kadındır.

Buna göre geziye kaç erkeğin başvurduğunu bulalım.

Çözüm

$\%40 = \dfrac{40}{100}$'dür. Doğru orantıdan yararlanarak soruyu çözelim. Geziye katılacak erkeklerin sayısına x diyelim.

100 kişiden	40'ı erkekse
300 kişiden	x'i erkektir

D.O.

$$100 \,.\, x = 300 \,.\, 40$$
$$100x = 12000$$
$$x = 120 \text{ kişi erkektir.}$$

Çözümü incelediğimizde geziye katılan kişi sayısı ile belirtilen yüzdeyi çarpıp, bulduğumuz sonucu 100'e böldük. Buna göre işlemi farklı bir yoldan yapacak olursak geziye katılanlardan;

$$\overset{3}{\cancel{300}} \,.\, \frac{40}{\underset{1}{\cancel{100}}} = 3 \,.\, 40 = 120 \text{ kişi erkektir.}$$

BİLGİ KUTUSU

Bir çokluğun belirtilen yüzdesini bulmak için çokluk ile yüzdenin kesir gösterimi çarpılır.

a'nın %b'si, $\mathbf{a \cdot \frac{b}{100} = \frac{a \, . \, b}{100}}$ olur.

Örnek

Aşağıdaki sayıların belirtilen yüzdelerini bulalım.

a. 50'nin %25'i **b.** 400'ün %12'si **c.** 12'nin %20'si

ç. 48'in %4'ü **d.** 2'nin %36'sı **e.** 200'ün %0,7'si

f. 4'ün %0,1'i **g.** 150'nin %120'si **h.** 5'in %105'i

Çözüm

a. 50'nin %25'i, $50 \cdot \frac{25}{100} = \frac{50 \, . \, 25}{100} = \frac{1250}{100} = 12{,}5$ 'tir.

b. 400'ün %12'si, $400 \cdot \frac{12}{100} = \frac{400 \, . \, 12}{100} = \frac{4800}{100} = 48$ 'dir.

c. 12'nin %20'si, $12 \cdot \frac{20}{100} = \frac{12 \, . \, 20}{100} = \frac{240}{100} = 2{,}4$ 'tür.

ç. 48'nin %4'ü, $48 \cdot \frac{4}{100} = \frac{48 \, . \, 4}{100} = \frac{192}{100} = 1{,}92$ 'dir.

d. 2'nin %36'sı, $2 \cdot \frac{36}{100} = \frac{2 \, . \, 36}{100} = \frac{72}{100} = 0{,}72$ 'dir.

e. 200'ün %0,7'si, $200 \cdot \frac{0{,}7}{100} = \frac{200 \, . \, 0{,}7}{100} = \frac{140}{100} = 1{,}4$ 'tür.

f. 4'ün %0,1'i, $4 \cdot \frac{0{,}1}{100} = \frac{4 \, . \, 0{,}1}{100} = \frac{0{,}4}{100} = 0{,}004$ 'tür.

g. 150'nin %120'si, $150 \cdot \frac{120}{100} = \frac{150 \, . \, 120}{100} = \frac{18000}{100} = 180$ 'dir.

h. 5'in %105'i, $5 \cdot \frac{105}{100} = \frac{5 \, . \, 105}{100} = \frac{525}{100} = 5{,}25$ 'tir.

Örnek

Bir işyerindeki klimaların %27'si bakıma gönderiliyor.

Bakıma gönderilen klima sayısı 54 olduğuna göre bu işyerindeki toplam klima sayısını bulalım.

Çözüm

Doğru orantıdan yararlanarak soruyu çözelim. Toplam klima sayısı x olsun.

%27'si	54 ise
%100'ü	x'tir

D.O.

$$27 \,.\, x = 100 \,.\, 54$$
$$27x = 5400$$
$$x = 200 \text{ olur.}$$

Çözümü incelediğimizde bakıma gönderilen klima sayısı ile 100'ü çarpıp, bulduğumuz sonucu belirtilen yüzdeye böldük. Buna göre işlemi farklı bir yoldan yapacak olursak toplam klima sayısı;

$$54 \div \frac{27}{100} = 54 \cdot \frac{100}{27} = \frac{54 \,.\, 100}{27} = 200\text{'dür.}$$

BİLGİ KUTUSU

Belirli bir yüzdesi verilen bir çokluğun tamamını bulmak için belirtilen miktar yüzdenin kesir gösterimine bölünür.

%x'i, y olan sayının tamamı, $\mathbf{y \div \frac{x}{100} = y \cdot \frac{100}{x} = \frac{y \,.\, 100}{x}}$ **olur.**

Örnek

Aşağıda belirli bir yüzdesi verilen sayıların tamamını bulalım.

a. %12'si 18 olan sayı

b. %24'ü 60 olan sayı

c. %50'si 32 olan sayı

ç. %2'si 128 olan sayı

d. %150'si 300 olan sayı

e. %110'u 55 olan sayı

Çözüm

a. %12'si 18 olan sayı, $18 \div \frac{12}{100} = 18 \cdot \frac{100}{12} = \frac{1800}{12} = 150$'dir.

b. %24'ü 60 olan sayı, $60 \div \frac{24}{100} = 60 \cdot \frac{100}{24} = \frac{6000}{24} = 250$'dir.

c. %50'si 32 olan sayı, $32 \div \frac{50}{100} = 32 \cdot \frac{100}{50} = \frac{3200}{50} = 64$'tür.

ç. %2'si 128 olan sayı, $128 \div \frac{2}{100} = 128 \cdot \frac{100}{2} = \frac{12800}{2} = 6400$'dür.

d. %150'si 300 olan sayı, $300 \div \frac{150}{100} = 300 \cdot \frac{100}{150} = \frac{30000}{150} = 200$'dür.

e. %110'u 55 olan sayı, $55 \div \frac{110}{100} = 55 \cdot \frac{100}{110} = \frac{5500}{110} = 50$'dir.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki sayıların belirtilen yüzdelerini bulunuz.

a. 70'in %25'i **b.** 18'in %12'si **c.** 350'nin %20'si

ç. 40'ın %5'i **d.** 5'nin %25'i **e.** 300'ün %0,6'sı

f. 9'un %0,3'ü **g.** 250'nin %160'ı **h.** 2'in %107'si

2. Aşağıda belirli bir yüzdesi verilen sayıların tamamını bulunuz.

a. %18'i 9 olan sayı **b.** %36'sı 60 olan sayı

c. %20'si 112 olan sayı **ç.** %5'i 125 olan sayı

d. %120'si 96 olan sayı **e.** %150'si 75 olan sayı

Bir Çokluğu Diğer Bir Çokluğun Yüzdesi Olarak Hesaplama

Bir hava yolu şirketi, yurt içi ekonomi sınıfı uçuşlarda bagaj hakkını kişi başına 20 kg olarak belirliyor. Eğer bir yolcunun bagaj ağırlığı, belirlenen limiti aşarsa kg başına 10 TL fazladan ücret ödemesi gerekiyor. Bu hava yolu şirketi ile yolculuk yapmayı planlayan Asım Bey'e bagaj kontrolü sırasında belirlenen sınırı aştığı için 35 TL ek ücret ödemesi gerektiği söyleniyor.

Buna göre Asım Bey'in belirlenen bagaj hakkını yüzde kaç aştığını nasıl hesaplarsınız?

Örnek

200 metre uzunluğunda bir top kumaşın 80 metresi satılıyor.

Buna göre satılan kumaşın, tüm kumaşın yüzde kaçı olduğunu bulalım.

Çözüm

1. Yol: Verilen çoklukları oranlayarak istenen yüzdeyi bulalım.

$\frac{\text{Satılan kumaş}}{\text{Kumaşın tamamı}} = \frac{80}{200}$ 'dür. Bulduğumuz oranın paydasını 100 olacak şekilde sadeleştirelim.

$\frac{\text{Satılan kumaş}}{\text{Kumaşın tamamı}} = \frac{\overset{4}{\cancel{80}}}{\underset{100}{\cancel{200}}} = \frac{40}{100}$ olur. Kumaşın tamamının %40'ı satılmıştır.

2. Yol: İstenen yüzde x olsun. Bunun için soruyu "200 m kumaşın %x'i 80 m'dir." şeklinde düzenleyelim. Bir çokluğun belirtilen yüzdesini bulmak için verilen çokluk ile yüzdenin kesir gösterimini çarpalım.

Buna göre $200 \cdot \frac{x}{100} = 80$ denklemi oluşur. Bu denklemi çözelim.

$$200 \cdot \frac{x}{100} = 80$$

$$\frac{200 \cdot x}{100} = \frac{80}{1}$$

$$200 \cdot x = 100 \cdot 80$$

$$200x = 8000$$

$x = 40$ olur. Kumaşın tamamının %40'ı satılmıştır.

3. Yol: Doğru orantıdan yararlanarak soruyu çözelim. İstenen yüzde x olsun.

200’de 80 ise

100’de x’tir

D.O.

$$200 . x = 100 . 80$$
$$200x = 8000$$
$$x = 40 \text{ olur. Kumaşın tamamının \%40'ı satılmıştır.}$$

Örnek

Aşağıdaki soruların çözümlerini yapalım.

a. 20 sayısı 50’nin yüzde kaçıdır?

b. 12 sayısı 60’ın yüzde kaçıdır?

c. 720’nin %a’sı 3,6 ise a kaçtır?

ç. 160’ın %b’si 16 ise b kaçtır?

Çözüm

Doğru orantıdan yararlanarak soruların çözümlerini yapalım.

a. İstenen yüzde x olsun.

50’de 20 ise

100’de x’tir

D.O.

$$50 . x = 100 . 20$$
$$50x = 2000$$
$$x = \%40 \text{ olur.}$$

b. İstenen yüzde x olsun.

60’ta 12 ise

100’de x’tir

D.O.

$$60 . x = 100 . 12$$
$$60x = 1200$$
$$x = \%20 \text{ olur.}$$

c. İstenen yüzde a olsun.

720'de   3,6 ise

100'de   a'dır.

D.O.

$$720 \,.\, a = 100 \,.\, 3{,}6$$
$$720a = 360$$
$$a = \%0{,}5 \text{ olur.}$$

ç. İstenen yüzde b olsun.

160'da   16 ise

100'de   b'dir.

D.O.

$$160 \,.\, b = 100 \,.\, 3{,}6$$
$$160b = 1600$$
$$x = \%10 \text{ olur.}$$

ALIŞTIRMA

Aşağıdaki soruların doğru cevaplarını, sorudan önce verilen kutuya yazınız.

☐ 25 sayısı 175'in yüzde kaçıdır?

☐ 15 sayısı 90'ın yüzde kaçıdır?

☐ 0,2 sayısı 120'nin yüzde kaçıdır?

☐ 2,5 sayısı 50'nin yüzde kaçıdır?

☐ 60'ın %x'i 6 ise x kaçtır?

☐ 2400'ın %b'si 72 ise b kaçtır?

☐ 17'nin %a'sı 204 ise a kaçtır?

☐ 30'un %y'si 0,3 ise y kaçtır?

Bir Çokluğu Belirli Bir Yüzde İle Arttırma veya Azaltma

Trafik kuralının ihlali nedeniyle uygulanan para cezalarının birçoğunda, ceza tutarı 15 gün içinde peşin ödenirse %25 indirim uygulanmaktadır. 2018 yılı için araç tescil belgesini araçta bulundurmamak nedeni ile araç sahibine uygulanacak idari para cezası 92 TL'dir.

Araç tescil belgesini araçta bulundurmamak nedeni ile uygulanacak idari para cezası da bu indirim kapsamında olduğuna göre bu cezanın indirimli tutarını hesaplayınız.

Örnek

Satış fiyatı 45 lira olan bir kitap %20 indirime girdiğinde, indirimli satış fiyatının kaç lira olacağını bulalım.

Çözüm

1. Yol: Kitabın indirim tutarını hesaplayıp, satış fiyatından çıkaralım.

İndirim tutarı : $45 \cdot \frac{20}{100} = \frac{45.20}{100} = 9$ liradır.

İndirimli satış fiyatı : 45 – 9 = 36 lira olur.

2. Yol: Kitabın satış fiyatının yüzdesine %100 dersek, indirimli satış fiyatının yüzdesi; %100 – %20 = %80 olur. Buna göre kitabın indirimli satış fiyatı,

$$45 \cdot \frac{80}{100} = \frac{45.80}{100} = \frac{3600}{100} = 36 \text{ liradır.}$$

Örnek

Aşağıdaki soruların çözümlerini yapalım.

a. 320'nin %25 fazlası kaçtır?

b. 55'in %2 fazlası kaçtır?

c. 124'ün %10 fazlası kaçtır?

ç. 48'in %5 eksiği kaçtır?

d. 70'in %10 eksiği kaçtır?

e. 600'ün %12 eksiği kaçtır?

Çözüm

a. 320'nin %25 fazlası, bu sayının %100 + %25 = %125'idir.

Buna göre $320 \cdot \dfrac{125}{100} = \dfrac{320.125}{100} = \dfrac{40000}{100} = 400$ olur.

b. 55'in %2 fazlası, bu sayının %100 + %2 = %102'sidir.

Buna göre $55 \cdot \dfrac{102}{100} = \dfrac{55.102}{100} = \dfrac{5610}{100} = 56,1$ olur.

c. 124'ün %10 fazlası, bu sayının %100 + %10 = %110'udur.

Buna göre $124 \cdot \dfrac{110}{100} = \dfrac{124.110}{100} = \dfrac{13640}{100} = 136,4$ olur.

ç. 48'in %5 eksiği, bu sayının %100 – %5 = %95'idir.

Buna göre $48 \cdot \dfrac{95}{100} = \dfrac{48.95}{100} = \dfrac{4560}{100} = 45,6$ olur.

d. 70'in %10 eksiği, bu sayının %100 – %10 = %90'ıdır.

Buna göre $70 \cdot \dfrac{90}{100} = \dfrac{70.90}{100} = \dfrac{6300}{100} = 63$ olur.

e. 600'ün %12 eksiği, bu sayının %100 – %12 = %88'idir.

Buna göre $600 \cdot \dfrac{88}{100} = \dfrac{600.88}{100} = \dfrac{52800}{100} = 528$ olur.

ALIŞTIRMA

Aşağıdaki soruların doğru cevaplarını, sorudan önce verilen kutuya yazınız.

☐ 10'un %7 fazlası kaçtır?

☐ 64'ün %40 fazlası kaçtır?

☐ 120'nin %0,5 fazlası kaçtır?

☐ 8'in %10 eksiği kaçtır?

☐ 75'in %5 eksiği kaçtır?

☐ 160'ın %0,2 eksiği kaçtır?

Yüzde İle İlgili Problemler

Yüzde kavramını içeren problemler günlük hayatımızda sıklıkla karşımıza çıkmaktadır. Her türlü alışverişte yapılan indirim ve zam miktarları, bankaların parasal işlemleri, tarım, tıp, istatistiksel verileri yorumlama vb. birçok alanda karşımıza çıkan problemleri çözmek için yüzde kavramı ile ilgili bilgilerden yararlanabiliriz.

Problem

Deniz, bayramda topladığı 300 lira harçlığın %10'u ile kıyafet, %5'i ile oyuncak alıyor. Geri kalan parasını da bankaya yatırıyor.

Buna göre Deniz'in kıyafet ve oyuncak için harcadığı para ile bankaya yatırdığı para miktarlarını bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Deniz'in bayram harçlığının toplamı 300 liradır. Harçlığının %10'u ile kıyafet, %5'i ile oyuncak alıyor. Geriye kalan parasını bankaya yatırıyor.

İstenenler: Kıyafet ve oyuncak için harcanan para ile bankaya yatırılan para kaçar liradır?

Çözümü Planlayalım

Bir çokluğun belirtilen yüzdesini hesaplama işleminden yararlanarak kıyafet ve oyuncak için harcanan para miktarını bulalım. Bulduğumuz değerlerin toplamını toplam para miktarından çıkartarak bankaya yatırılan para miktarını bulalım.

Problemi Çözelim

Kıyafet için harcanan para, $300 \cdot \frac{10}{100} = \frac{300\,.\,10}{100} = \frac{3000}{100} = 30$ liradır.

Oyuncak için harcanan para, $300 \cdot \frac{5}{100} = \frac{300\,.\,5}{100} = \frac{1500}{100} = 15$ liradır.

Harcanan toplam para, 30 + 15 = 45 liradır.

Bankaya yatırılan para, 300 – 45 =255 liradır.

Problem

Arzu 120 liraya aldığı halıyı 150 liraya satıyor.

Buna göre Arzu'nun bu satıştan yüzde kaç kâr ettiğini bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Arzu 120 liraya halı alıyor. Aldığı halıyı 150 liraya satıyor.

İstenenler: Satıştan elde edilen kâr yüzde kaçtır?

Çözümü Planlayalım

Halının satış fiyatından alış fiyatını çıkaralım. Bulduğumuz tutarın alış fiyatının yüzde kaçı olduğunu bulalım.

Problemi Çözelim

Satıştan, 150 – 120 = 30 lira kâr ediliyor. 30 liranın 120 liranın yüzde kaçı olduğunu bulalım. Aradığımız yüzde x olsun.

120 lirada 30 lira kâr ediliyorsa ise

100 lirada x kâr edilir.

D.O.

$$120 \cdot x = 100 \cdot 30$$
$$120x = 3000$$

x = 25 olur. Arzu Hanım bu satıştan %25 kâr eder.

Problem

KDV'li satış fiyatı 1500 lira olan bir çamaşır makinesi, KDV yüzdesi kadar indirime giriyor.

KDV yüzdesi %18 olduğuna göre çamaşır makinesinin indirimli satış fiyatını bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Çamaşır makinesinin KDV'li satış fiyatı 1500 liradır. KDV yüzdesi kadar indirim uygulanıyor.

İstenenler: Çamaşır makinesinin indirimli satış fiyatı kaç liradır?

Çözümü Planlayalım

Önce çamaşır makinesinin KDV'li satış fiyatına %100 diyelim ve KDV yüzdesini bulalım. Daha sonra bir bütünün istenen yüzdesini bulma yönteminde yararlanarak indirimli satış fiyatını bulalım.

Problemi Çözelim

Çamaşır makinesinin KDV'li satış fiyatının yüzdesine %100 dersek, indirimli satış fiyatının yüzdesi;

%100 – %18 = %82 olur. Buna göre çamaşır makinesinin indirimli satış fiyatı

$$1500 \cdot \frac{82}{100} = \frac{1500 \, . \, 82}{100} = \frac{123\,000}{100} = 1230 \text{ liradır.}$$

Problem

Üzüm işletmelerinde paketleme sırasında kalburlardan çıkan zenep çöpü (tane sapı) ve kalbur altı (çıkıntı) adı verilen üzüm çöplerinin depolarda tekrar kalburlayarak değerlendirilmesinde %15-20 arasında fire oluşmaktadır.

Buna göre 500 kg kuru üzümü paketleme işlemi için fabrikaya veren bir çiftçinin ürününde en az kaç kg fire olacağını hesaplayalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Kuru üzümün paketleme işleminde %15-20 arasında fire oluşmaktadır. 500 kg kuru üzüm paketlenmek isteniyor.

İstenenler: En az kaç kg fire oluşur?

Çözümü Planlayalım

Kuru üzümün paketleme işleminde %15-20 arasında fire oluşuyor ise en az %15 fire oluşur. 500 kg'ın %15'ini hesaplayalım.

Problemi Çözelim

$$500 \cdot \frac{15}{100} = \frac{500 . 15}{100} = \frac{7500}{100} = 75 \text{ kg fire olur.}$$

Problem

Bankalar, kredi kartının aylık ödeme tutarı son ödeme tarihine kadar ödenmezse ödenmeyen tutar için aylık %2,75 gecikme faizi uyguluyor. Ali Bey kredi kartının o ay ödemesi gereken 655 liranın 325 lirasını ödüyor. Geriye kalan borcunu ise bir sonraki ay ödemek istiyor.

Buna göre Ali Bey'in kaç lira gecikme faizi ödeyeceğini bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Kredi kartının ödenmeyen borcu için aylık %2,75 gecikme faizi uygulanıyor. Ali Bey 655 lira borcunun 325 lirasını ödüyor. Kalan borcunu bir ay sonra ödüyor.

İstenenler: Ali Bey kalan borcu için bir ay sonra kaç lira gecikme faizi öder?

Çözümü Planlayalım

Ali Bey'in toplam borcundan ödediği kısmını çıkarıp kalan borcunu bulalım. Kalan borç tutarının %2,75'ini hesaplayarak gecikme faizini bulalım.

Problemi Çözelim

Kalan borç: 655 – 325 = 330 liradır.

$$330 \cdot \frac{2,75}{100} = \frac{330 . 2,75}{100} = \frac{907,5}{100} = 9,075 \text{ lira kalan borcu için gecikme faizi öder.}$$

PROBLEMLER

1. Bir iş yerinde çalışanların maaşlarına zam yapılarak 2250 liradan 2450 liraya arttırılmıştır.

   Buna göre bu iş yerinde maaşlara yüzde kaç zam yapılmıştır?

2. Bir otel, düzenlediği kampanyanın ayrıntılarını aşağıdaki tablo ile tanıtıyor.

	Yetişkin 1 kişi	Yetişkin 2 kişi	Çocuk 0-6 Yaş	Çocuk 6-12 Yaş	Çocuk 12-18 Yaş
1 gece 2 gündüz	150	250	Ücretsiz	%50 indirim	%20 indirim
2 gece 3 gündüz	140	240	Ücretsiz	%50 indirim	%20 indirim
3 gece 4 gündüz	130	230	Ücretsiz	%50 indirim	%20 indirim
4 gece 5 gündüz	120	220	Ücretsiz	%50 indirim	%20 indirim
5 gece 6 gündüz	100	180	Ücretsiz	%50 indirim	%20 indirim

   Tabloda yer alan çocuk indirimleri, yetişkin bir kişi için ödenecek ücret üzerinden hesaplanıyor. Tabloyu inceleyen Sinan Bey, eşi ve iki çocuğu ile birlikte 4 gece 5 gündüz konaklamaya karar veriyor.

   Sinan Bey'in çocukları 11 ve 14 yaşında olduğuna göre tatil için otele toplam kaç lira öder?

3. Yusuf Bey bankadan %12,5 yıllık faiz ile tüketici kredisi çekiyor.

   Buna göre Yusuf Bey, bir yılın sonunda masraflar hariç kaç lira öder?

4. Ayşe, yeni aldığı romanın birinci gün %15'ini, ikinci gün kalan sayfaların %20'sini okuyor.

   Ayşe'nin aldığı roman 300 sayfa olduğuna göre ikinci günün sonunda <u>okunmayan</u> sayfa sayısı kaçtır?

5. Bir mağazadaki ürünlere, etiket fiyatı üzerinden %40 indirim yapılıyor. Ödeme sırasında ise ürünün indirimli fiyatı üzerinden %30 daha indirim yapılıyor.

   Buna göre etiket fiyatı 100 lira olan bir monta kasada kaç lira ödenir?

4. ÜNİTE ÖZETİ

ORAN ORANTI

- İki çokluğun ölçülerinin, bölme işlemi şeklinde birbiri ile karşılaştırılmasına **oran** denir. a ve b iki çokluk olmak üzere a'nın b'ye oranı, $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$, **a/b** ya da **a:b** şeklinde gösterilir.

- İki ya da daha fazla oranın eşitliğine **orantı** denir.

  $\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ oranları birbirine eşit ise $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$ ya da **a ÷ b = c ÷ d** şeklinde gösterilir.

$$\begin{array}{lcr} \text{1. terim} \longleftarrow & \mathbf{a} \quad\;\; \mathbf{c} & \longrightarrow \text{3. terim} \\ & \dfrac{}{} = \dfrac{}{} & \\ \text{2. terim} \longleftarrow & \mathbf{b} \quad\;\; \mathbf{d} & \longrightarrow \text{4. terim} \end{array}$$

- Bir orantıdaki 1. ve 4. terime **iç terimler (içler)**, 2. ve 3. terime **dış terimler (dışlar)** denir.

- Bir orantıda;

  1. İçler çarpımı, dışlar çarpımına eşittir.

  2. İç terimler yer değiştirirse orantı değişmez.

  3. Dış terimler yer değiştirirse orantı değişmez.

  4. Oranların payları ile paydaları yer değiştirirse orantı değişmez.

- İki çokluktan biri artarken diğeri aynı oranda artıyor ya da biri azalırken diğeri aynı oranda azalıyorsa bu çokluklara **doğru orantılı çokluklar** denir. Doğru orantılı çokluklarda terimlerin birbirine bölümü sabit bir sayıdır. Bu sayıya, **orantı sabiti** denir. Genellikle **k** harfi ile gösterilir.

  a ve b doğru orantılı çokluklar olmak üzere, $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \mathbf{k}$ olur.

- İki çokluktan biri artarken diğeri aynı oranda azalıyor ya da biri azalırken diğeri aynı oranda artıyorsa bu çokluklara **ters orantılı çokluklar** denir. Ters orantılı çokluklarda terimlerin birbiri ile çarpımı sabit bir sayıdır. Bu sayıya **orantı sabiti** denir. Genellikle **k** harfi ile gösterilir.

  a ve b ters orantılı çokluklar olmak üzere, **a . b = k** olur.

YÜZDELER

- Bir çokluğun belirtilen yüzdesini bulmak için çokluk ile yüzdenin kesir gösterimi çarpılır.

- Belirli bir yüzdesi verilen bir çokluğun tamamını bulmak için belirtilen miktar yüzdenin kesir gösterimine bölünür.

4. ÜNİTE
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. **5 kg'ı 45 lira olan pirincin 1 kg kaç liradır?**

A) 9 B) 6
C) 4 D) 3

2. Kaan'ın yaşının Berk'in yaşına oranı $\frac{4}{5}$'tir.

Kaan'ın şimdiki yaşı 12 olduğuna göre Berk'in 2 yıl sonraki yaşı kaçtır?

A) 12 B) 15
C) 17 D) 19

3. Bir çiftlikteki kuzuların sayısının koyunların sayısına oranı $\frac{2}{5}$'tir.

Bu çiftlikte 55 tane koyun olduğuna göre kaç tane kuzu vardır?

A) 11 B) 22
C) 33 D) 44

4. **Aşağıdaki oran çiftlerinden hangisi orantı oluşturur?**

A) $\frac{3}{7}, \frac{6}{14}$ B) $\frac{3}{7}, \frac{5}{14}$

C) $\frac{5}{8}, \frac{10}{18}$ D) $\frac{4}{9}, \frac{16}{27}$

5. $\frac{2}{7} = \frac{12}{x}$ **orantısında x kaçtır?**

A) 21 B) 28
C) 35 D) 42

HAYAT BOYU ÖĞRENME

6. a ile b doğru orantılıdır.

a = 3 iken b = 8 ise a = 6 iken b kaçtır?

A) 24 B) 18
C) 16 D) 12

7. **3 kişi günde 5 ekmek tüketiyor ise 6 kişi günde kaç ekmek tüketir?**

A) 15 B) 14
C) 12 D) 10

8. Arda 10, Asım 12 yaşındadır. Arda ile Asım 44 adet bilyeyi yaşları ile doğru orantılı olarak paylaşıyorlar.

Buna göre Arda'nın payına düşen bilye sayısı kaçtır?

A) 20 B) 22
C) 24 D) 26

9. x ile y ters orantılıdır.

x = 2 iken y = 24 ise x = 8 iken y kaçtır?

A) 4 B) 6
C) 12 D) 48

10. Hızları 3 ve 4 ile ters orantılı iki yüzücünün yarışı tamamlama süreleri toplamı 84 saniyedir.

Buna göre hızlı yüzen yüzücü yarışı kaç saniyede tamamlamıştır?

A) 24 B) 36
C) 48 D) 54

11. Bir traktör günde 2 saat çalışarak bir tarlayı 15 günde sürebiliyor.

Bu traktörün günlük çalışma süresi 3 katına çıkarılırsa aynı tarlayı kaç günde sürer?

A) 12 B) 9
C) 5 D) 3

12. İki şehir arasındaki uzaklık 1:400000 ölçekli bir haritada 48 cm'dir.

Buna göre bu iki şehir arasındaki gerçek uzaklık kaç km'dir?

A) 120 B) 168
C) 192 D) 198

13. Bir tavuk çiftliğindeki 400 adet tavuğa 6 hafta yetecek kadar yem alınıyor. Çiftlik sahibi yem aldığı gün tavuklardan 100 tanesini satıyor.

Buna göre alınan yem, kalan tavuklara kaç hafta yeter?

A) 7 B) 8
C) 4 D) 3

14. 120'nin %5'i aşağıdakilerden hangisidir?

A) 12 B) 10
C) 8 D) 6

15. 1500'ün %0,4'ü aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 8
C) 10 D) 12

HAYAT BOYU ÖĞRENME

16. %24'ü 6 olan sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 25 B) 50
C) 62 D) 84

17. 70'in %20 fazlası aşağıdakilerden hangisidir?

A) 14 B) 16
C) 74 D) 84

18. Bir mağazada iki ürün alındığında, ucuz olan ürünün %70'i kadar indirim uyguluyor. Ayla Hanım bu mağazadan 40 liraya bir tane gömlek ve 50 liraya bir tane etek alıyor.

Buna göre Ayla Hanım iki ürün için toplam kaç lira öder?

A) 72 B) 62
C) 55 D) 35

19. Rıfat Bey bir bankadan bir yıllığına 30000 lira araç kredisi çekiyor. Bir yılın sonunda bankaya masraflar hariç toplam 34500 lira ödüyor.

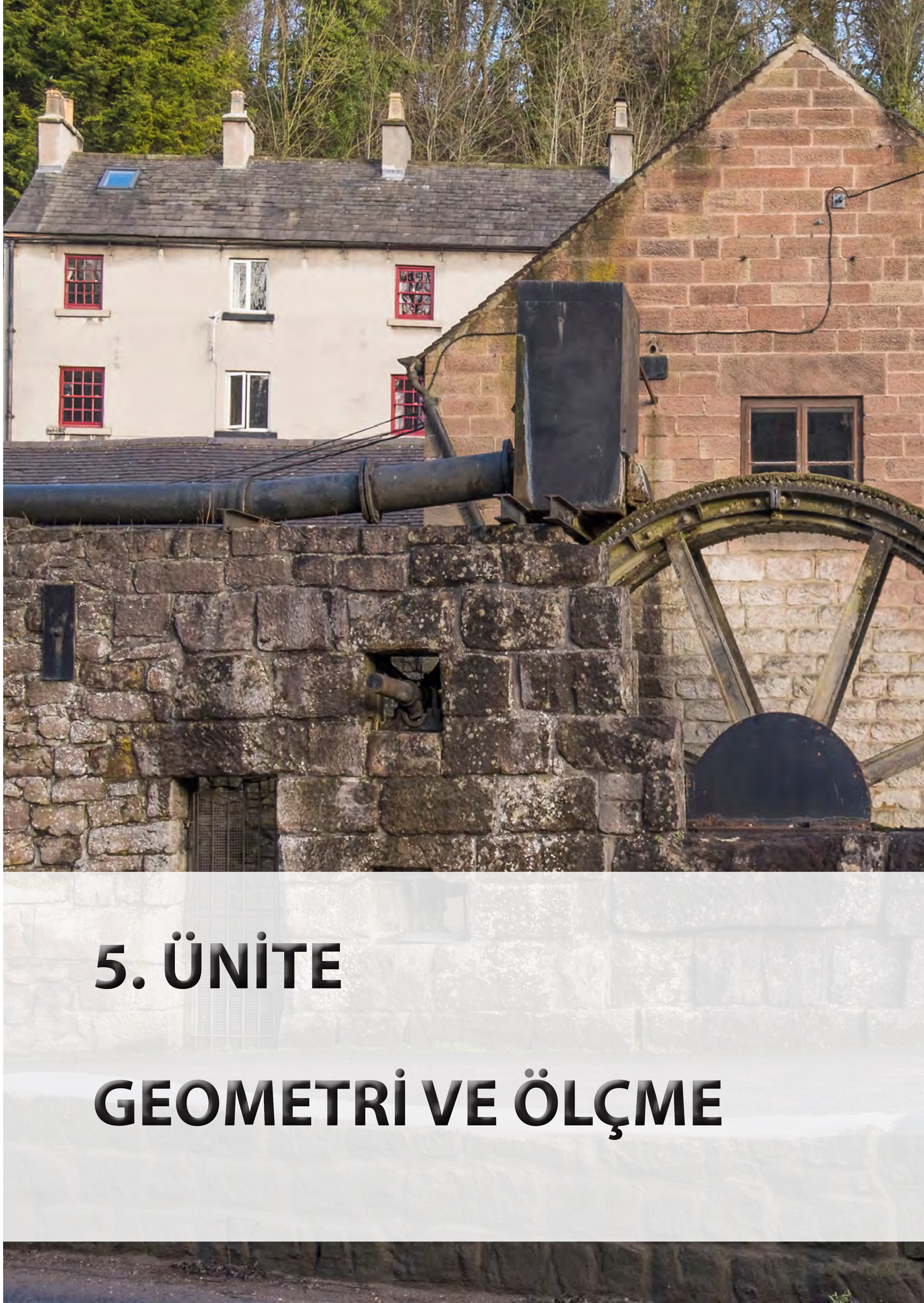
Buna göre Rıfat Bey araç kredisini yıllık yüzde kaç faiz ile çekmiştir?

A) 6 B) 9
C) 12 D) 15

20. Bir emlakçı kiraya verdiği her ev için kiracıdan aylık kira bedelinin %120'si kadar komisyon ücreti alıyor.

Bu emlakçıdan 1500 liraya ev kiralayan bir kiracı kaç lira komisyon öder?

A) 1600 B) 1700
C) 1800 D) 1900



5. ÜNİTE

GEOMETRİ VE ÖLÇME

ÜNİTE KONULARI

- ▶ DOĞRULAR VE AÇILAR
- ▶ ÇOKGENLER
- ▶ ÇEMBER VE DAİRE

5. ÜNİTE

• DOĞRULAR VE AÇILAR
• ÇOKGENLER
• ÇEMBER VE DAİRE

NELER ÖĞRENECEĞİZ ?

Bu ünitenin birinci bölümünü tamamladığınızda;

- Bir açıyı iki eş açıya ayırarak açıortayı belirlemeyi,
- İki paralel doğruyla bir keseninin oluşturduğu yöndeş, ters, iç ters, dış ters açıları belirleyerek özelliklerini incelemeyi; oluşan açıların eş veya bütünler olanlarını belirlemeyi; ilgili problemleri çözmeyi öğreneceksiniz.

Bu ünitenin ikinci bölümünü tamamladığınızda;

- Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini,
- Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirlemeyi; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplamayı,
- Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıyıp; açı özelliklerini belirlemeyi,
- Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturup, ilgili problemleri çözmeyi,
- Alan ile ilgili problemleri çözmeyi öğreneceksiniz.

Bu ünitenin üçüncü bölümünü tamamladığınızda;

- Çemberde merkez açıları, gördüğü yayları ve açı ölçüleri arasındaki ilişkileri belirlemeyi,
- Çemberin ve çember parçasının uzunluğunu hesaplamayı,
- Dairenin ve daire diliminin alanını hesaplamayı öğreneceksiniz.

ANAHTAR KAVRAMLAR

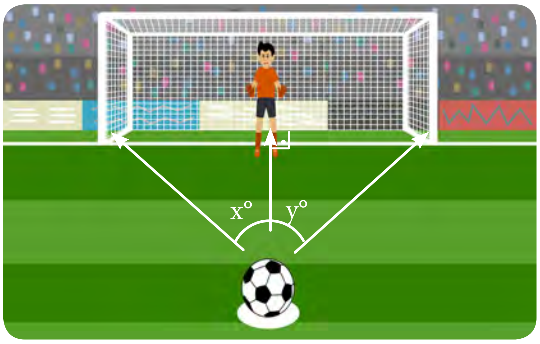
- ters açılar
- iç ters açılar
- dış ters açılar
- yöndeş açılar
- iç açı
- dış açı
- çember
- daire
- merkez açı
- yay
- çember parçası
- ters açılar

DOĞRULAR VE AÇILAR

Bir Açının Açıortayını Çizme

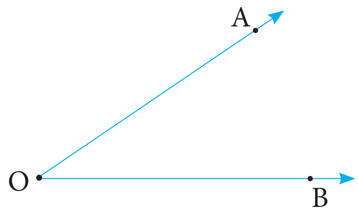
Yandaki resimde kaleci kale çizgisinin tam ortasında durmaktadır. Futbol topu ise kaleci ile aynı hizada ve belli bir mesafe uzaklıkta durmaktadır.

Buna göre x ve y açıları için neler söylenebilir?



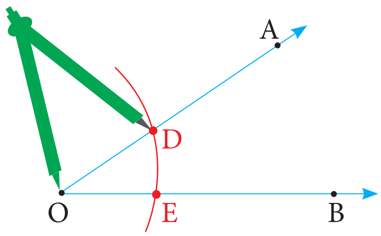
Örnek:

Yandaki şekilde verilen $\widehat{AOB}$'nı iki eş parçaya ayıralım.

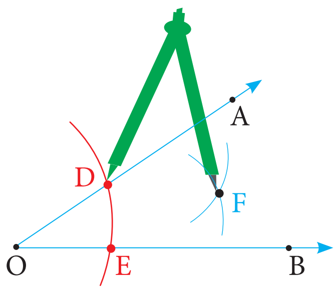


Çözüm

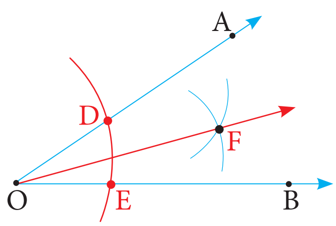
Pergelimizin ayaklarını biraz açalım. Pergelin sivri ucunu O noktasına sabitleyelim. Açının kollarını kesecek şekilde bir yay çizelim. Çizdiğimiz yayın açının kollarını kestiği noktalara D ve E ile isimlendirelim.



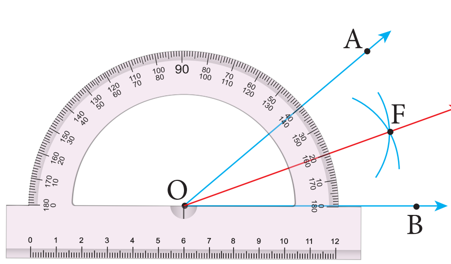
Pergelin açıklığını bozmadan, sivri ucunu sırasıyla D ve E noktalarına sabitleyerek birer yay çizelim. Çizdiğimiz yayların açının iç bölgesinde ve kesişiyor olmasına dikkat edelim. Yayları kesiştiği noktayı F ile isimlendirelim.



Cetvel yardımı ile başlangıç noktası O olan ve F noktasından geçen bir ışın çizelim.



Açıölçer ile kontrol ettiğimizde [OF'nın, $\widehat{AOB}$'nı iki eş parçaya ayırdığını görürüz.

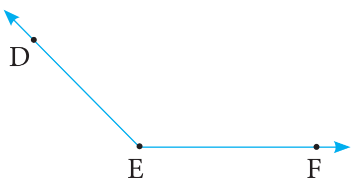


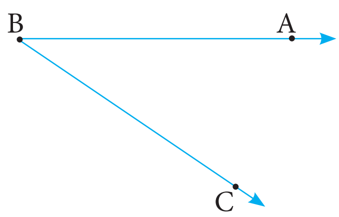
BİLGİ KUTUSU

Bir açının ölçüsünü iki eşit parçaya bölen ışına, o açının **açıortayı** denir.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki açıların açıortaylarını pergel kullanarak çiziniz. Yaptığınız çizimleri açıölçer ile ölçerek doğruluğunu kontrol ediniz.





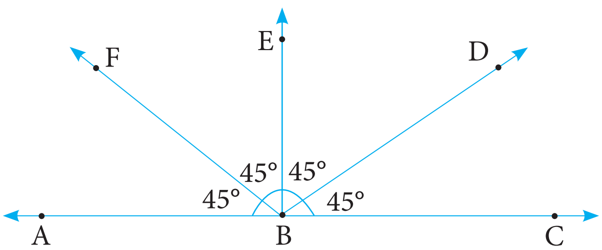
2. Yandaki şekle göre;

a. $\widehat{ABE}$ 'nın açıortayını,

b. $\widehat{ABC}$ 'nın açıortayını,

c. $\widehat{EBC}$ 'nın açıortayını,

ç. $\widehat{FBD}$ 'nın açıortayını yazınız.



Aynı Düzlemde Üç Doğrunun Birbirine Göre Durumu



Türk Hava Kuvvetleri ve Türk Silahlı Kuvvetleri adına Türkiye Cumhuriyeti'ni temsilen kurulan Türk Yıldızları Akrobasi Timi, bu alanda tek akrotim olarak görev yapmaktadır. Türk Yıldızları Akrobasi Timi tarafından 28 Temmuz 2018 tarihinde Romanya'da yapılan gösteri uçuşlarına ait bazı resimler yukarıda verilmiştir. Uçakların gökyüzünde oluşturduğu izler birer doğru modelidir.

Yukarıdaki resimleri inceleyerek uçakların oluşturduğu izlerin temsil ettiği doğruların birbirine göre durumlarını yorumlayınız.

Örnek:

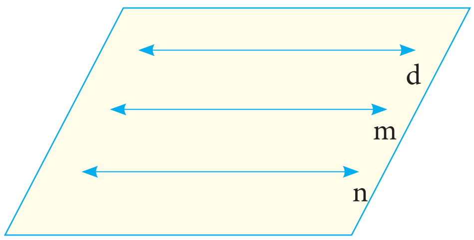
Aynı düzlemde, üç doğrunun birbirine göre kaç farklı durumda olabileceğini inceleyelim.

Çözüm

d, m ve n aynı düzlemde olan üç farklı doğru olsun. Bu doğrular birbirine göre dört farklı durumda olabilir.

1. Aynı düzlemdeki üç doğru, birbirini kesmeyecek şekilde durabilir.

   $d \cap m \cap n = \{\ \}$ ise $d \,/\!/\, m \,/\!/\, n$ olur.

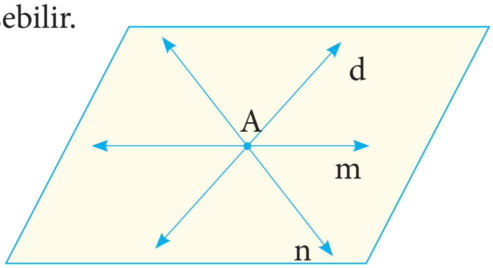


BİLGİ KUTUSU

Aynı düzlemde ortak noktası olmayan (kesişmeyen) doğrulara **paralel doğrular** denir. Doğruların paralelliği // sembolü ile gösterilir.

2. Aynı düzlemdeki üç doğru bir noktada kesişebilir.

$d \cap m \cap n = \{A\}$ olur.



BİLGİ KUTUSU

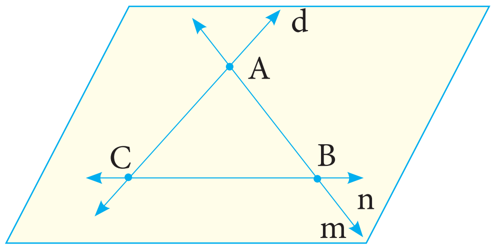
Aynı düzlemde bir noktada kesişen doğrulara **noktadaş doğrular** denir.

3. Aynı düzlemdeki üç doğru ikişer ikişer kesişebilir.

$d \cap m = \{A\}$ olur.

$m \cap n = \{B\}$ olur.

$d \cap n = \{C\}$ olur.



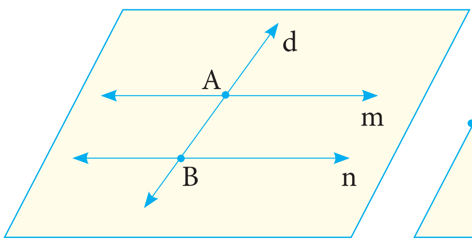
BİLGİ KUTUSU

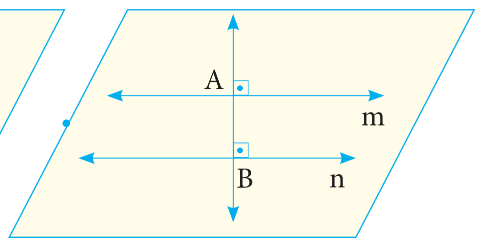
Aynı düzlemde üç doğrunun ikişer ikişer kesişmesi ile oluşan düzlemsel şekle **üçgen** denir.

4. Aynı düzlemdeki iki doğru paralel, üçüncüsü bu doğruları farklı birer noktada kesebilir.

$d \cap m = \{A\}$ olur.

$d \cap n = \{B\}$ olur.





BİLGİ KUTUSU

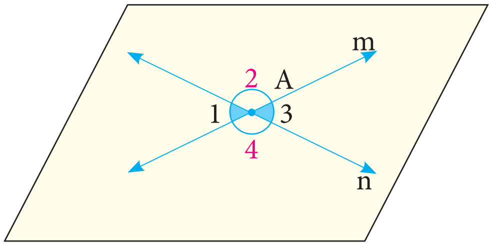
Aynı düzlemde, paralel olan ya da olmayan iki doğrunun her birini farklı birer noktada kesen üçüncü bir doğru varsa bu doğruya **kesen** denir.

Örnek:

Aynı düzlemde bir noktada kesişen (noktadaş) iki doğrunun oluşturduğu açıları inceleyelim.

Çözüm

m ve n aynı düzlemde iki faklı doğru olsun ve A noktasında kesişsin. Oluşan dört tane açıyı numaralandıralım.



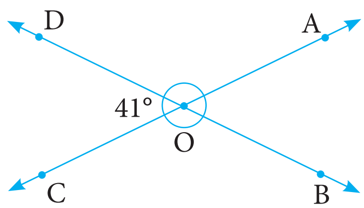
1 ve 3 numaralı açı ile 2 ve 4 numaralı açılara **ters açılar** denir. Ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.

İki doğrunun kesişmesi ile oluşan bu dört açıdan komşu bütünler açıları belirleyelim. Başlangıç noktaları ve birer kolları ortak, ölçüleri toplamı 180° olan açılar bütünler açılardır. Oluşan bütünler açılar; 1 ve 2 numaralı açılar, 2 ve 3 numaralı açılar, 3 ve 4 numaralı açılar, 4 ve 1 numaralı açılardır.

Örnek:

Yandaki şekilde AC ve BD, O noktasında kesişmektedir.

$m(\widehat{DOC}) = 41°$ olduğuna göre $\widehat{DOA}$, $\widehat{AOB}$ ve $\widehat{BOC}$ nın ölçülerini bulalım.



Çözüm

$\widehat{DOC}$ ile $\widehat{AOB}$ ters açılardır ve ölçüleri eşittir.

$m(\widehat{AOB}) = 41°$ olur.

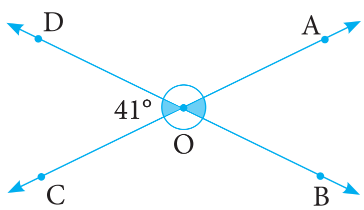
$\widehat{DOC}$ ile $\widehat{DOA}$ komşu bütünler açılardır ve

ölçüleri toplamı 180° dir. Bu nedenle

$m(\widehat{DOA}) = 180 - 41 = 139°$ olur.

$\widehat{DOA}$ ile $\widehat{BOC}$ ters açılardır ve ölçüleri eşittir.

$m(\widehat{BOC}) = 139°$ olur.



Paralel İki Doğrunun Bir Kesenle Oluşturduğu Açılar

Yandaki resimde bir fasulye tarlasında, uzayan fasulye dallarını sarmak için kurulan bir sistem görülmektedir.

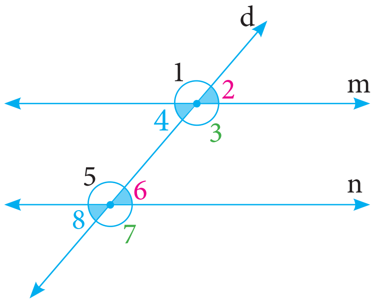
Resimdeki iki beton direk ile yere sabitleme halatının oluşturduğu doğru modellerini inceleyiniz. Bu doğru modellerinin oluşturduğu açıları resim üzerinde çizerek gösteriniz.

Örnek:

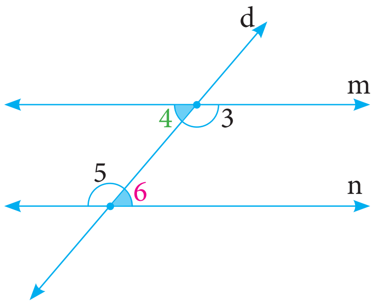
Aynı düzlemde paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu açıları inceleyelim.

Çözüm

m ve n paralel doğrular, d bu doğruların keseni olsun. Paralel iki doğru bir kesenle sekiz tane açı oluşturur. Bu açılardan dört tanesi paralel doğrular arasında kalan iç bölgede, dört tanesi ise paralel doğruların dış bölgesinde oluşur.



Paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu açılardan, paralel doğruların iç bölgesinde oluşan açılara **iç açılar** denir.

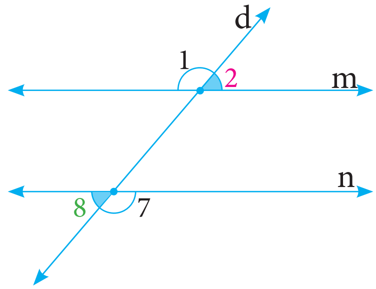


İç açılardan, kesenin farklı tarafında olan ve komşu olmayan açılara **iç ters açılar** denir. İç ters açıların ölçüleri eşittir.

İç ters açılar; 3 ile 5 numaralı açılar,

4 ile 6 numaralı açılardır.

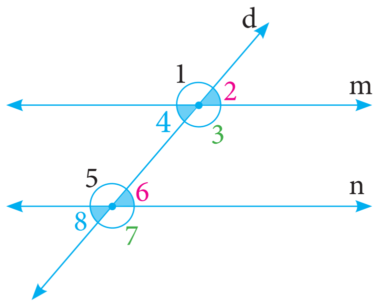
Paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu açılardan, paralel doğruların dış bölgesinde oluşan açılara **dış açılar** denir.



Dış açılardan, kesenin farklı tarafında olan ve komşu olmayan açılara **dış ters açılar** denir. Dış ters açıların ölçüleri eşittir.

Dış ters açılar; 1 ile 7 numaralı açılar,
2 ile 8 numaralı açılardır.

Paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu iki açıdan bir tanesi iç bölgede, bir tanesi dış bölgede ve kesenin farklı tarafında iseler bu açılara **yöndeş açılar** denir. Yöndeş açıların ölçüleri eşittir.

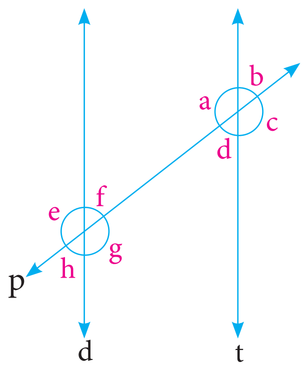


Yöndeş açılar; 1 ile 5 numaralı açılar,
2 ile 6 numaralı açılardır.
3 ile 7 numaralı açılardır.
4 ile 8 numaralı açılardır.

Örnek:

Yandaki şekilde p kesen ve d//t'dir.

Buna göre oluşan ters, iç ters, dış ters, yöndeş ve bütünler açıları yazalım.



Çözüm

Ters Açılar: a ile c, b ile d, e ile g, f ile h

İç Ters Açılar: a ile g, d ile f

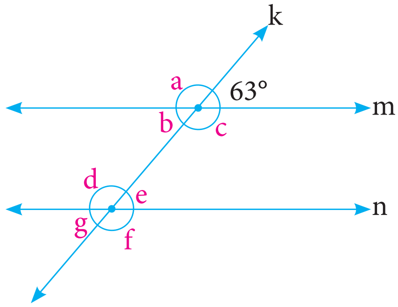
Dış Ters Açılar: b ile h, c ile e

Yöndeş Açılar: a ile e, b ile f, c ile g, d ile h

Bütünler Açılar: a ile b, b ile c, c ile d, d ile a, e ile f, f ile g, g ile h, h ile e

Örnek:

Yandaki şekilde k kesen, m//n olduğuna göre a, b, c, d, e, f ve g açılarının ölçülerini bulalım.



Çözüm

a ile 63° lik açı bütünler olduğu için a açısının ölçüsü 180° - 63° = 117° dir.

b ile 63° lik açı ters açı olduğu için b açısının ölçüsü 63° dir.

c ile 63° lik açı bütünler olduğu için c açısının ölçüsü 180° - 63° = 117° dir.

d ile a açısı yöndeş açı olduğu için ölçüleri eşittir. d açısının ölçüsü de 117° dir.

e ile b açısı iç ters açılar olduğu için ölçüleri eşittir. e açısının ölçüsü de 63°dir.

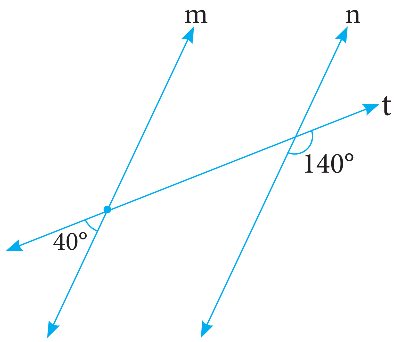
f ile a açısı dış ters açılar olduğu için ölçüleri eşittir. f açısının ölçüsü de 117° dir.

g ile b açısı yöndeş açı olduğu için ölçüleri eşittir. g açısının ölçüsü de 63° dir.

Örnek:

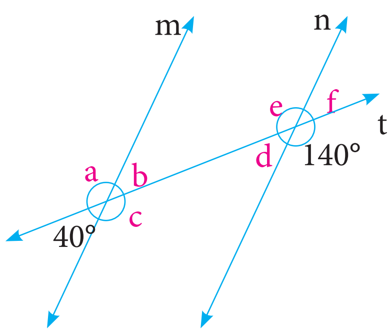
Yandaki şekilde t, m ve n doğrularının kesenidir.

Verilen açı ölçülerinden yararlanarak m ve n doğrularının paralel olup olmadığını bulalım.



Çözüm

Doğruların yaptığı açıları isimlendirelim. m ile n doğrularının ortak kesenle yaptığı açılardan ölçüleri eşit olanları belirleyelim. Eş açıların durumlarına göre de m ve n doğrularının paralel olup olmadığına karar verelim.



a ile 40° lik açı bütünler olduğu için a açısının ölçüsü 180° - 40° = 140° dir.

b ile 40° lik açı ters açı olduğu için b açısının ölçüsü 40° dir.

c ile 40° lik açı bütünler olduğu için c açısının ölçüsü 180° - 40° = 140° dir.

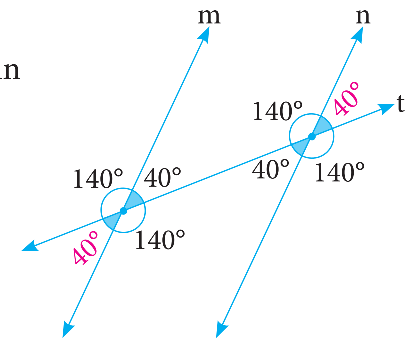
d ile 140° lik açı bütünler olduğu için d açısının ölçüsü 180° – 140° = 40° dir.

e ile 140° lik açı ters açı olduğu için e açısının ölçüsü 140° dir.

f ile 140° lik açı bütünler olduğu için f açısının ölçüsü 180° - 140° = 40° dir.

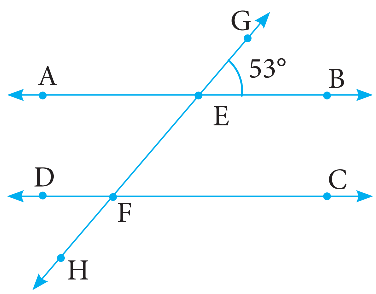
Bulduğumuz açı ölçülerini şekilde yerine yazalım.

Şekilde görüldüğü gibi iç ters, dış ters ve yöndeş açıların ölçüleri eşit olduğu içim m ve n doğruları paraleldir.



Örnek:

Yandaki şekilde AB//DC, GH kesen ve $m(\widehat{GEB})=53°$ olduğuna göre $\widehat{DFG}$ nın ölçüsünü bulalım.



Çözüm

$m(\widehat{GEB}) + m(\widehat{GEA}) = 180°$ Bütünler açılar

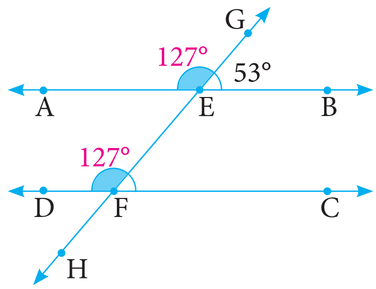
$53 + m(\widehat{GEA}) = 180$

$m(\widehat{GEA}) = 180 - 53$

$m(\widehat{GEA}) = 127°$

$m(\widehat{DFG}) = m(\widehat{GEA})$ Yöndeş açılar

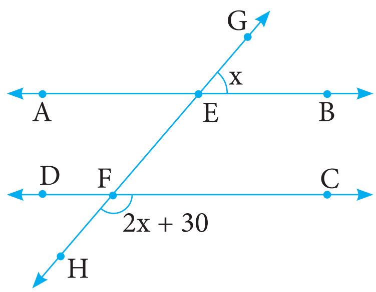
$m(\widehat{DFG}) = 127°$ olur.



Örnek:

Yandaki şekilde AB//DC ve GH kesendir.

$m(\widehat{GEB}) = x$ ve $m(\widehat{CFH}) = 2x + 3$ olduğuna göre $\widehat{CFH}$'nın ölçüsünü bulalım.



Çözüm

$m(\widehat{GEB}) = m(\widehat{GFC})$ Yöndeş açılar

$m(\widehat{GFC}) = x$ olur.

$m(\widehat{GFC}) + m(\widehat{CFH}) = 180°$ Bütünler açılar

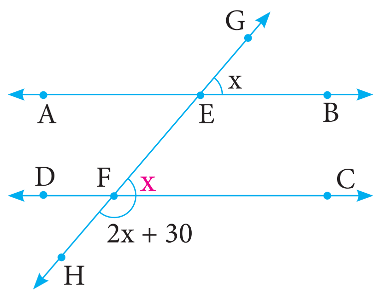
$x + 2x + 30 = 180$

$3x = 180 - 30$

$3x = 150$

$x = 50°$ dir.

$m(\widehat{CFH}) = 2x + 30 = 2 . 50 + 30 = 130°$ olur.



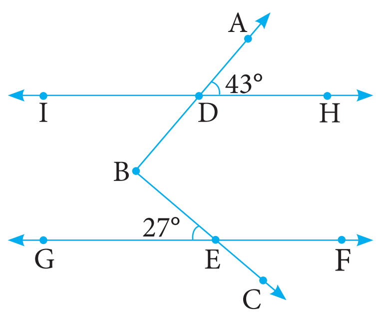
Örnek:

Yandaki şekilde IH//GF,

$m(\widehat{ADH}) = 43°$,

$m(\widehat{GEB}) = 27°$ dir.

Buna göre $\widehat{ABC}$'nın ölçüsünü bulalım.



Çözüm

B noktasından geçen ve IH ile GF'ye paralel bir doğru çizelim.

$m(\widehat{ADH}) = m(\widehat{ABL})$ Yöndeş açılar

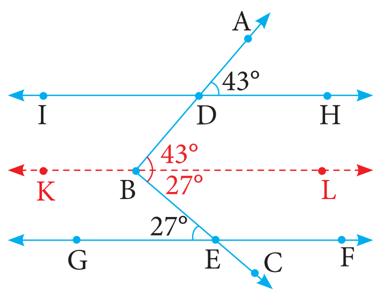
$m(\widehat{ABL}) = 43°$ olur.

$m(\widehat{GEB}) = m(\widehat{LBC})$ İç ters açılar

$m(\widehat{LBC}) = 27°$ olur.

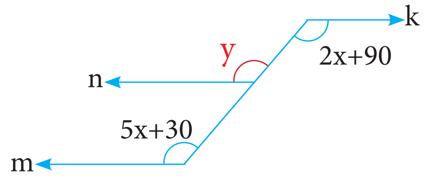
$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ABL}) + m(\widehat{LBC})$

$m(\widehat{ABL}) = 43 + 27 = 70°$ olur.

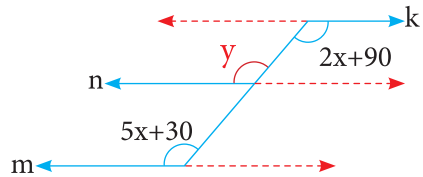


Örnek:

Yandaki şekilde k // n // m olduğuna göre y'nin kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm



k, n ve m doğrularını uzatalım.

$5x + 30 = 2x + 90$ İç ters açılar

$5x - 2x = 90 - 30$

$3x = 60$

$x = 20$

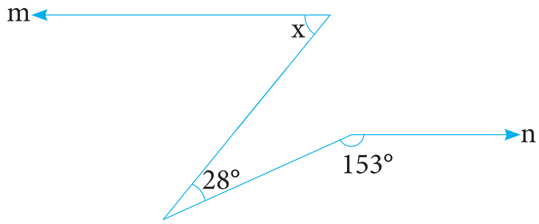
$y = 5x + 30$ Yöndeş açılar

$y = 5 . 20 + 30$

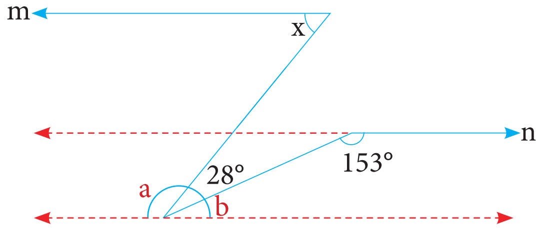
$y = 130°$ olur.

Örnek:

Yandaki şekilde m//n olduğuna göre x'in kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm



$a + 28 = 153°$ İç ters açılar

$a = 153 - 28$

$a = 125°$ dir.

$a + 28 + b = 180°$

$125 + 28 + b = 180$

$b = 180 - 153$

$b = 27°$ dir.

$x = b + 28°$ İç ters açılar

$x = 27 + 28$

$x = 55°$ olur.

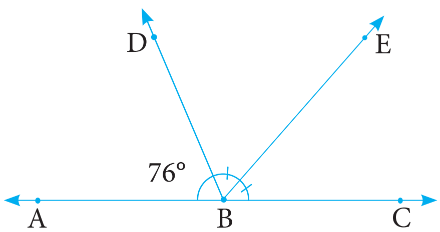
ALIŞTIRMALAR

1. **Aşağıdaki cümlelerde boş bırakılan yerlere uygun ifadeleri yazınız.**

- Bir açının ölçüsünü iki eşit parçaya bölen ışına, o açının .... denir.
- Aynı düzlemde ortak noktası olmayan (kesişmeyen) doğrulara .... denir.
- Aynı düzlemde bir noktada kesişen doğrulara .... denir.
- Aynı düzlemde, paralel olan ya da olmayan iki doğrunun her birini farklı birer noktada kesen üçüncü bir doğru varsa bu doğruya .... denir.
- Paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu açılardan; paralel doğruların iç bölgesinde, kesenin farklı tarafında ve komşu olmayan açılara .... denir.
- Paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu açılardan; paralel doğruların dış bölgesinde, kesenin farklı tarafında ve komşu olmayan açılara .... denir.
- Paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu iki açıdan bir tanesi iç bölgede, bir tanesi dış bölgede ve kesenin farklı tarafında iseler bu açılara .... denir.

2. Yandaki şekilde [BE, $(\widehat{DBC})$ nın açıortayıdır.

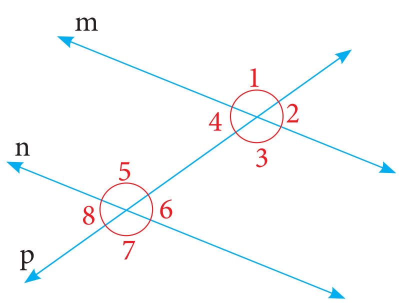
$m(\widehat{DBA}) = 76°$ olduğuna göre $m(\widehat{EBC})$ kaç derecedir?



3. Yandaki şekilde p kesen ve m//n'dir.

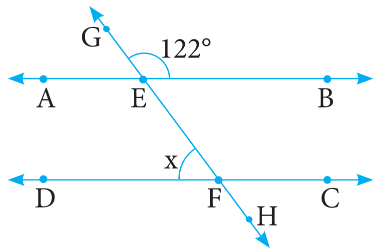
Numaralandırılmış açıları kullanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

	Açı Numaraları
Ters Açılar	
İç Ters Açılar	
Dış Ters Açılar	
Yöndeş Açılar	
Bütünler Açılar	



4. Yandaki şekilde AB//DC ve GH kesendir.

$m(\widehat{GEB}) = 122°$ olduğuna göre x kaç derecedir?

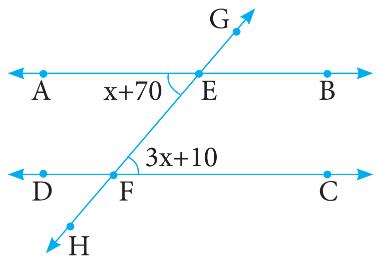


5. Yandaki şekilde AB//DC ve GH kesendir.

$m(\widehat{AEH}) = x + 70$

$m(\widehat{GFC}) = 3x + 10$

Buna göre $m(\widehat{AEH})$ kaç derecedir?

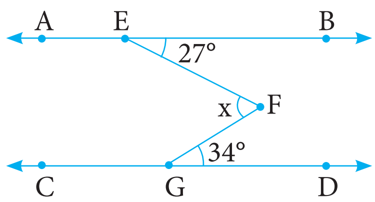


6. Yandaki şekilde AB//CD,

$m(\widehat{BEF}) = 27°$

$m(\widehat{FGD}) = 34°$ dir.

Buna göre $m(\widehat{EFG}) = x$ kaç derecedir?

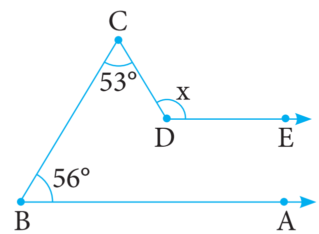


7. Yandaki şekilde [BA//[DE,

$m(\widehat{ABC}) = 56°$

$m(\widehat{BCD}) = 53°$ dir.

Buna göre $m(\widehat{CDE}) = x$ kaç derecedir?

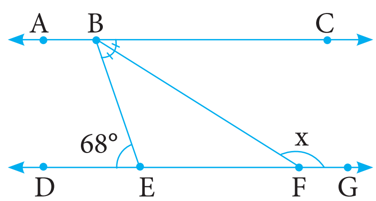


8. Yandaki şekilde AC//DG,

[BF], $\widehat{CBE}$'nın açıortayıdır.

$m(\widehat{DEB}) = 68°$

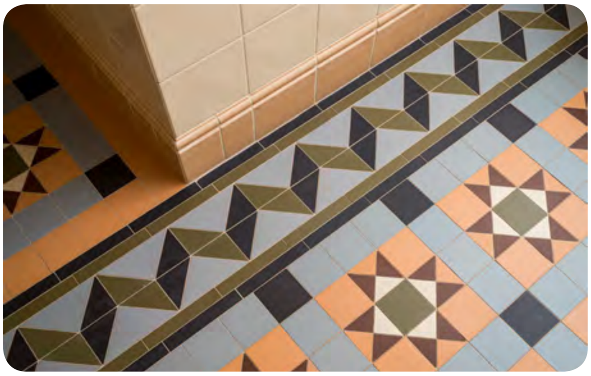
Buna göre $m(\widehat{BFG}) = x$ kaç derecedir?



ÇOKGENLER

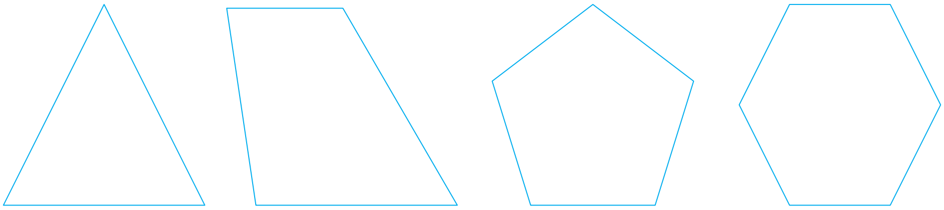
Çokgenler

Yandaki resimde geometrik şekillerin kullanıldığı bir yer döşemesi görülmektedir. Resmi inceleyerek kaç farklı çokgen kullanıldığını belirleyiniz.



Örnek:

Aşağıdaki düzlemsel şekilleri inceleyelim. Kenar sayılarına göre isimlendirelim.



1. Şekil 2. Şekil 3. Şekil 4. Şekil

Çözüm

Düzlemsel şekillerin kenar sayılarına göre isimlerini tablo ile gösterelim.

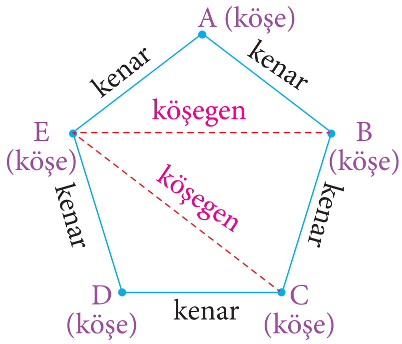
	Kenar Sayısı	Düzlemsel Şeklin İsmi
1. Şekil	3	Üçgen
2. Şekil	4	Dörtgen
3. Şekil	5	Beşgen
4. Şekil	6	Altıgen

BİLGİ KUTUSU

Aynı düzlemde, doğrusal olmayan üç ya da daha fazla noktanın ikişer ikişer birleştirilmesi ile oluşan kapalı düzlemsel şekle **çokgen** denir. Çokgenler kenar sayılarına göre isimlendirilir.

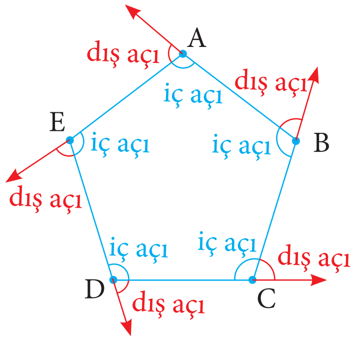
Çokgenin oluşmasını sağlayan doğru parçalarına **çokgenin kenarları**, kenarların birleştiği noktalara ise **çokgenin köşeleri** denir.

Bir çokgende ardışık olamayan iki köşeyi birleştiren doğru parçasına **köşegen** denir.



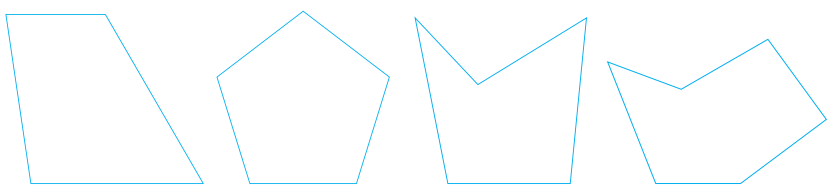
Çokgenin ardışık iki kenarının oluşturduğu ve çokgenin iç bölgesinde kalan açıya **iç açı** denir.

Çokgenin bir kenarı ile ardışığı olan diğer bir kenarın uzantısının oluşturduğu ve çokgenin dış bölgesinde kalan açıya **dış açı** denir.



Örnek:

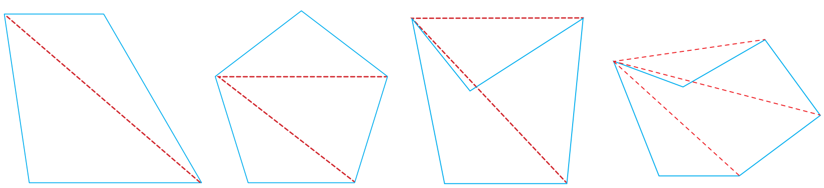
Aşağıdaki çokgenleri inceleyelim. Türlerine göre sınıflandırılalım.



1. Şekil 2. Şekil 3. Şekil 4. Şekil

Çözüm

Çokgenlerin bir köşesine ait köşegenlerini çizelim.



1. Şekil 2. Şekil 3. Şekil 4. Şekil

1 ve 2. şekilde köşegenlerin tamamı çokgenlerin iç bölgesinde kalmaktadır. 3 ve 4. şekilde köşegenlerin bazıları çokgenlerin dış bölgesinde kalmaktadır.

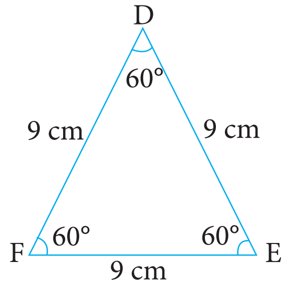
Köşegenlerinin tamamı iç bölgesinde kalan çokgenlere **dışbükey çokgen,** köşegenlerinden bazıları dış bölgesinde kalan çokgenlere **içbükey çokgen** denir. Buna göre 1 ve 2. şekildeki çokgenler dışbükey, 3 ve 4. şekildeki çokgenler içbükeydir.

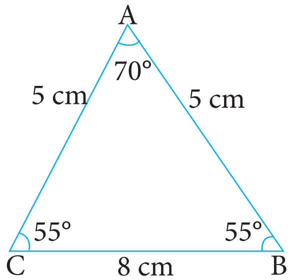
Düzgün Çokgenlerin Kenar ve Açı Özellikleri

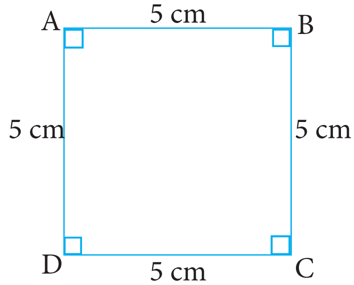
Yandaki resimde verilen arı peteğini inceleyiniz. Peteğin her bir gözünün oluşturduğu düzlemsel şekli ve özelliklerini araştırınız.

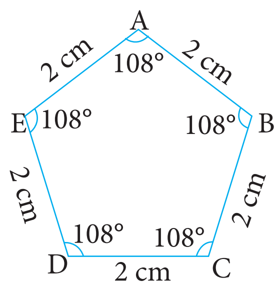
Örnek:

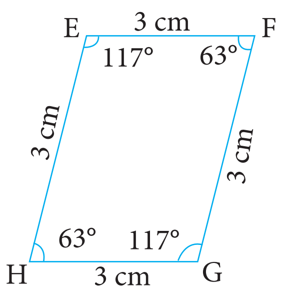
Aşağıdaki çokgenlerin kenar uzunlukları ile açılarını inceleyelim.

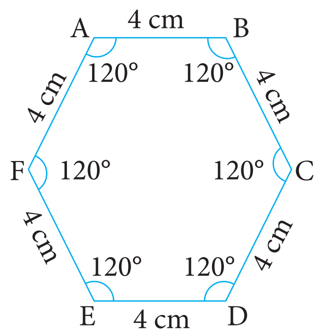












Çözüm

Yukarıdaki çokgenleri incelediğimizde; DEF üçgeninin, ABCD dörtgeninin, ABCDE beşgeninin ve ABCDEF altıgeninin hem kenar uzunlukları hem de iç açılarının ölçüleri eşittir.

ABC üçgeninin sadece iki kenar uzunluğu ve iki iç açısının ölçüsü eşittir. EFGH dörtgeninin ise kenar uzunluklarının hepsi birbirine eşit fakat iç açılarının ölçüleri ikişer ikişer eşittir.

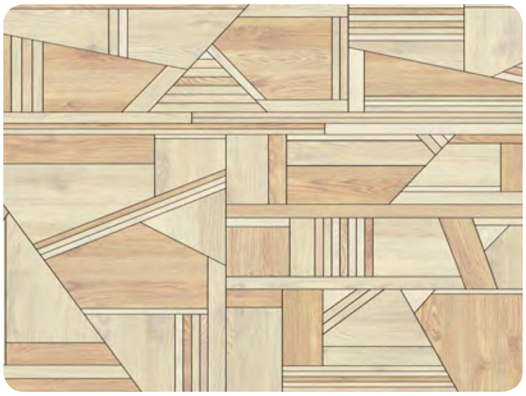
BİLGİ KUTUSU

Kenar uzunlukları ve iç açılarının ölçüleri eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir.

Çokgenlerin Köşegen ve Açı Özellikleri

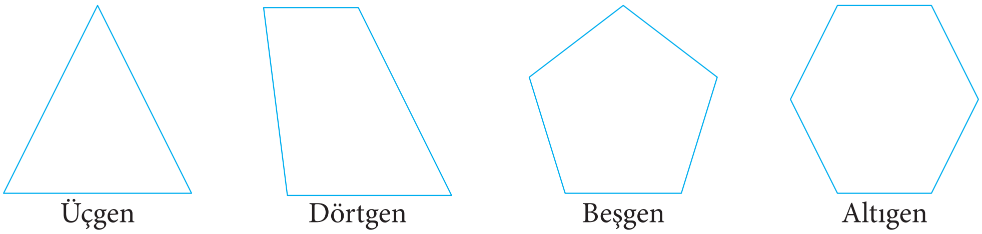
Geometrik şekillerden oluşan seramik ve fayanslar evlerin duvar ve zemin kaplamalarında sıklıkla kullanılmaktadır.

Yandaki resimde verilen fayansı oluşturan çokgenleri inceleyiniz. Bu çokgenlerden en fazla köşegeni olan bir tanesini seçiniz. Resim üzerinde köşegenlerini çiziniz.



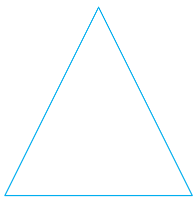
Örnek:

Aşağıdaki çokgenlerin köşegenlerini çizelim. Çokgen ile köşegenleri arasındaki ilişkiyi inceleyelim.

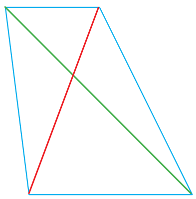


Çözüm

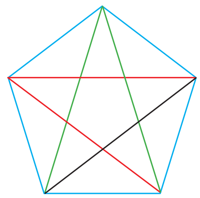
Üçgenin ardışık olmayan herhangi iki köşesi olmadığı için köşegeni yoktur.


Üçgen

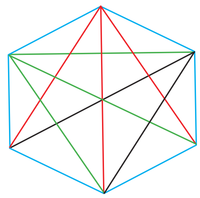
Dörtgenin herhangi bir köşesinden en fazla 1 tane köşegen çizilebilir. Birbirinden farklı toplam 2 adet köşegeni vardır.


Dörtgen

Beşgenin herhangi bir köşesinden en fazla 2 tane köşegen çizilebilir. Birbirinden farklı toplam 5 adet köşegeni vardır.

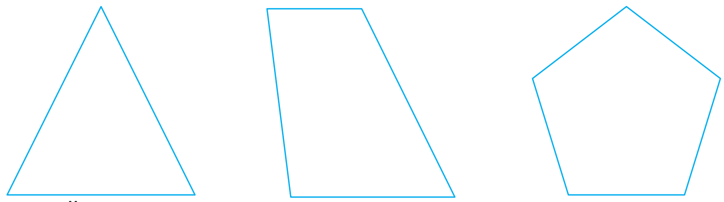

Beşgen

Altıgenin herhangi bir köşesinden en fazla 3 tane köşegen çizilebilir. Birbirinden farklı toplam 9 adet köşegeni vardır.


Altıgen

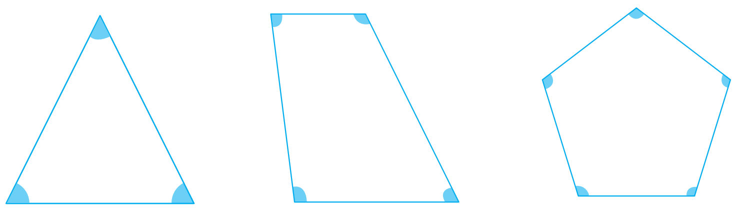
Örnek:

Aşağıdaki çokgenlerin iç ve dış açılarını çizelim.

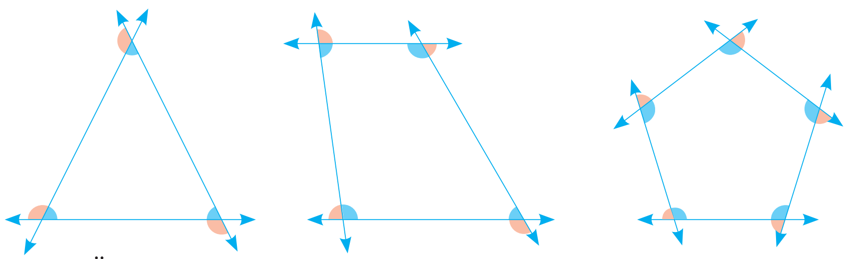

Üçgen Dörtgen Beşgen

Çözüm

Aşağıda çokgenlerin iç açıları çizilmiştir. Bir çokgenin kenar sayısı kadar iç açısı vardır.

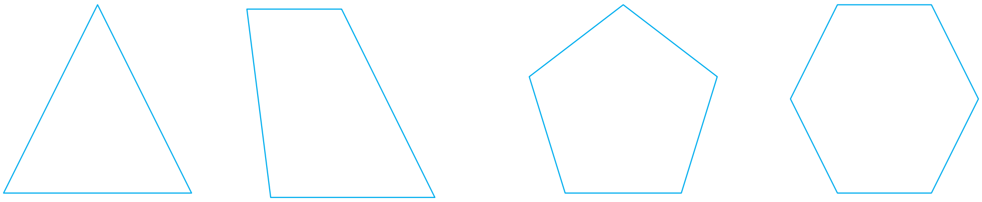

Üçgen Dörtgen Beşgen

Aşağıda çokgenlerin kenarlarının aynı doğrultuda uzatılması ile oluşan dış açılar çizilmiştir. Bir çokgenin kenar sayısı kadar dış açısı vardır. Aynı köşede olan bir iç açı ile dış açı komşu bütünler açılardır.


Üçgen Dörtgen Beşgen

Örnek:

Aşağıdaki çokgenlerin iç açılarının toplamını bulalım.

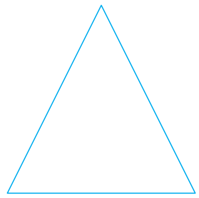


Üçgen Dörtgen Beşgen Altıgen

Çözüm

Çokgenlerin iç açılar toplamını bulabilmek için herhangi bir köşesinden çizilen köşegenlerinden yararlanalım.

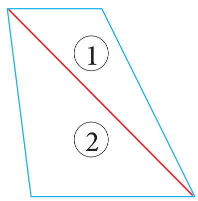
Üçgenin ardışık olmayan iki köşesi olmadığı için köşegeni yoktur. Üçgenin iç açılar toplamı 180° dir.



Üçgen

Dörtgenin bir köşesinden bir tane köşegen çizilir. Çizilen bu köşegen ile çokgenin iç bölgesinde iki tane üçgen oluşur. Buna göre dörtgenin iç açılar toplamı;

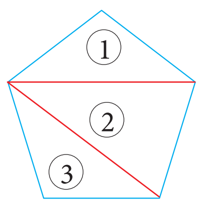
2 . 180 = 360° olur.



Dörtgen

Beşgenin bir köşesinden iki tane köşegen çizilir. Çizilen bu köşegen ile çokgenin iç bölgesinde üç tane üçgen oluşur. Buna göre beşgenin iç açılar toplamı;

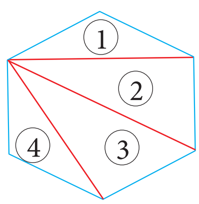
3 . 180 = 540° olur.



Beşgen

Altıgenin bir köşesinden üç tane köşegen çizilir. Çizilen bu köşegen ile çokgenin iç bölgesinde dört tane üçgen oluşur. Buna göre altıgenin iç açılar toplamı;

4 . 180 = 720° olur



Altıgen

Bulduğumuz sonuçlardan yararlanarak çokgenlerle ilgili genelleme yapabilmek için bir tablo yapalım.

	Çokgenin kenar sayısı	Bir köşesinden çizilen köşegen sayısı	Köşegenler ile oluşan üçgen sayısı	Çokgenin iç açılar toplamı
Üçgen	3	0	1	1 . 180 = 180°
Dörtgen	4	1	2	2 . 180 = 360°
Beşgen	5	2	3	3 . 180 = 540°
Altıgen	6	3	4	4 . 180 = 720°
...	...	...	...	...
n'gen	n	n−3	n−2	(n−2) . 180°

BİLGİ KUTUSU

n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı, **(n−2) . 180°** dir.

Örnek:

Yedigenin iç açılarının ölçülerinin toplamını bulalım.

Çözüm

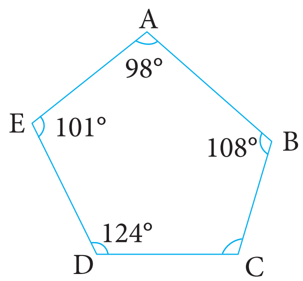
Yedigenin kenar sayısı 7 olduğu için n = 7 olur.

Yedigenin iç açılar toplamı: (n – 2) .180 = (7 – 2) . 180 = 5 . 180 = 900° olur.

Örnek:

Yandaki şekilde ABCDE beşgendir.

Buna göre C açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

Beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamı;

$(n - 2).180 = (5 - 2) . 180 = 3 . 180 = 540°$ dir. Buna göre

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) + m(\widehat{E}) = 540°$

$98 + 108 + m(\widehat{C}) + 124 + 101 = 540$

$m(\widehat{C}) + 431 = 540$

$m(\widehat{C}) = 540 - 431$

$m(\widehat{C}) = 109°$ olur.

Örnek:

Düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsünü bulalım.

Çözüm

Düzgün altıgenin iç açılarının ölçüleri toplamı;

$(n - 2).180 = (6 - 2) . 180 = 4 . 180 = 720°$ dir. Düzgün altıgenin ölçüsü birbirine eşit 6 tane iç açısı vardır. Buna göre bir iç açısının ölçüsü;

$720 \div 6 = 120°$ olur.

BİLGİ KUTUSU

n kenarlı bir düzgün çokgenin, bir iç açısının ölçüsü $\dfrac{\mathbf{(n-2).180°}}{\mathbf{n}}$ dir.

Örnek:

Bir iç açısının ölçüsü 108° olan düzgün çokgenin kenar sayısını bulalım.

Çözüm

n kenarlı bir düzgün çokgenin, bir iç açısının ölçüsü $\dfrac{(n-2).180°}{n}$ dir. Buna göre

$\dfrac{(n-2).180°}{n} = 108$

$180n - 360 = 108n$

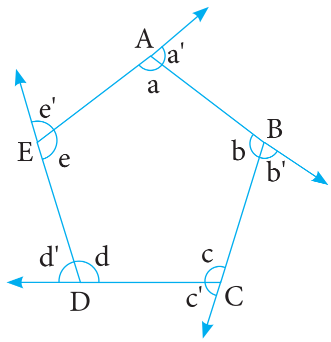
$180n - 108n = 360$

$72n = 360$ ise $n = 5$ dir. Yani düzgün çokgenin 5 tane kenarı vardır.

Örnek:

Yandaki şekilde ABCDE beşgendir.

Buna göre dış açılarının ölçüleri toplamını bulalım.



Çözüm

ABCDE beşgeninin iç açıları a, b, c, d ve e'dir. Dış açıları ise a', b', c', d' ve e' olur. Beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamı,

$(n - 2) \,.\, 180 = (5 - 2) \,.\, 180 = 3 \,.\, 180 = 540°$ dir.

Bir çokgende bir iç açı ile komşusu olan dış açının ölçüleri toplamı 180° dir.

$a + a' = 180°$

$b + b' = 180°$

$c + c' = 180°$

$d + d' = 180°$

$+ \quad e + e' = 180°$ dir. Eşitlikleri taraf tarafa toplayalım.

$$\underbrace{a + b + c + d + e}_{\text{Beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamı}} + \underbrace{a' + b' + c + d' + e'}_{\text{Beşgenin dış açılarının ölçüleri toplamı}} = 180 + 180 + 180 + 180 + 180$$

$540 + a' + b' + c' + d' + e' = 900$

$a' + b' + c' + d' + e' = 900 - 540$

$a' + b' + c' + d' + e' = 360$ olur.

Buna göre beşgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir. Aynı yöntemle diğer çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamı hesaplandığında her zaman 360° olur.

BİLGİ KUTUSU

Herhangi bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

Örnek

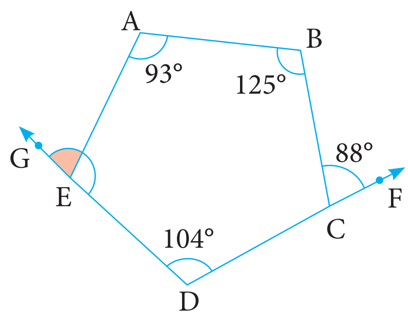
Bir iç açısının ölçüsü 135° olan düzgün çokgenin kenar sayısını bulalım.

Çözüm

Düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü 135° ise bir dış açısının ölçüsü 180 - 135 = 45° olur. Düzgün çokgenlerin dış açılarının ölçüleri birbirine eşittir. Herhangi bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° olduğu için bu çokgende 360 ÷ 45 = 8 tane dış açısı vardır. 8 tane dış açısı olan bir çokgenin ise 8 tane kenarı vardır.

Örnek:

Yandaki şekilde ABCDE beşgendir.



$m(\widehat{A}) = 93°$,

$m(\widehat{B}) = 125°$,

$m(\widehat{BCF}) = 88°$,

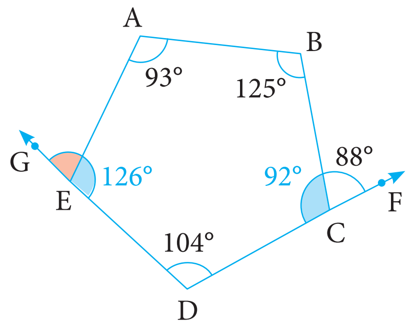
$m(\widehat{D}) = 104°$ dir.

Buna göre $\widehat{AEG}$'nın ölçüsünü bulalım.

Çözüm

1. Yol:

Beşgenin iç açılar toplamından yararlanarak örneği çözelim.



$m(\widehat{BCD}) + m(\widehat{BCF}) = 180°$ Bütünler açılar

$88 + m(\widehat{BCF}) = 180°$

$m(\widehat{BCF}) = 180 - 88$

$m(\widehat{BCF}) = 92°$ dir.

Beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamı, (n – 2) . 180 = (5-2) . 180 = 3 . 180 = 540° dir.

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) + m(\widehat{E}) = 540°$$

$$93 + 125 + 92 + 104 + m(\widehat{E}) = 540$$

$$m(\widehat{E}) + 414 = 540$$

$$m(\widehat{E}) = 540 - 414$$

$$m(\widehat{E}) = 126° \text{ dir.}$$

$$m(\widehat{AED}) + m(\widehat{AEG}) = 180° \qquad \text{Bütünler açılar}$$

$$126 + m(\widehat{AEG}) = 180$$

$$m(\widehat{AEG}) = 180 - 126$$

$$m(\widehat{AEG}) = 54°$$

2. Yol:

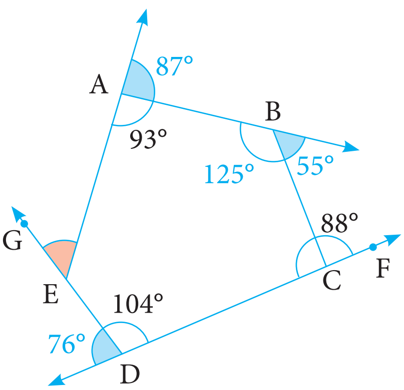
Beşgenin dış açılar toplamından yararlanarak örneği çözelim.

$$m(\widehat{B}) + m(\widehat{B'}) = 180° \qquad \text{Bütünler açılar}$$

$$125 + m(\widehat{B'}) = 180$$

$$m(\widehat{B'}) = 180 - 125$$

$$m(\widehat{B'}) = 55°$$



$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{A'}) = 180° \text{ Bütünler açılar}$$

$$93 + m(\widehat{A'}) = 180$$

$$m(\widehat{A'}) = 180 - 93$$

$$m(\widehat{A}) = 87°$$

$$m(\widehat{D}) + m(\widehat{D'}) = 180° \qquad \text{Bütünler açılar}$$

$$104 + m(\widehat{D'}) = 180$$

$$m(\widehat{D'}) = 180 - 104$$

$$m(\widehat{D'}) = 76°$$

Beşgenin dış açılar toplamı 360° dir.

$$m(\widehat{A'}) + m(\widehat{B'}) + m(\widehat{C'}) = m(\widehat{D'}) + m(\widehat{E'}) = 360°$$

$$87 + 55 + 88 + 76 + m(\widehat{E'}) = 360$$

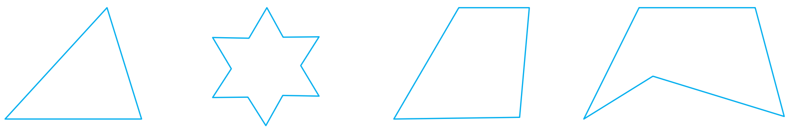
$$306 + m(\widehat{E'}) = 360$$

$$m(\widehat{E'}) = 360 - 306$$

$$m(\widehat{E'}) = 54° \text{ olur.}$$

ALIŞTIRMALAR

1. **Aşağıdaki çokgenlerin altındaki boşluğa içbükey mi dışbükey mi olduğunu yazınız.**



2. **Aşağıdaki çokgenlerden düzgün çokgen olanları yuvarlak içine alınız.**

   Kare   Dik üçgen   Yamuk   Eşkenar üçgen   Dikdörtgen   Düzgün beşgen

3. **Bir iç açısının ölçüsü 120° olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır?**

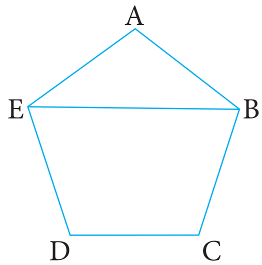
4. **Bir dış açısının ölçüsü 72° olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır?**

5. **Kenar sayısı en az olan çokgenin iç açılar toplamı kaç derecedir?**

6. **İç açıları toplamı 1800° olan çokgen kaç kenarlıdır?**

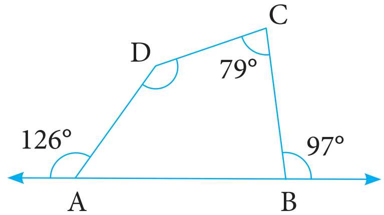
7. Yandaki şekilde ABCDE düzgün beşgendir.

   Buna göre $\widehat{AEB}$'nın ölçüsü kaç derecedir?



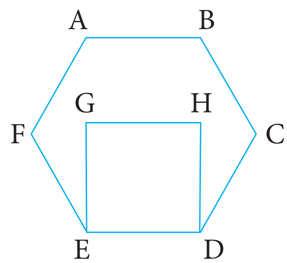
8. Yandaki şekilde ABCD dörtgendir.

   Şekilde verilen bilgilere göre $\widehat{ADC}$'nın ölçüsü kaç derecedir?



9. Yandaki şekilde ABCDEF düzgün altıgen, DEGH karedir.

   Buna göre $\widehat{HDC}$'nın ölçüsü kaç derecedir?



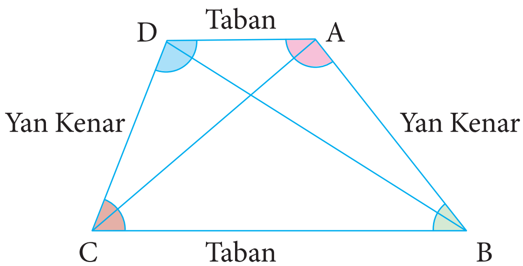
Dörtgenlerin Açı, Kenar ve Köşegen Özellikleri

Tangram; tahta, kemik, plastik gibi malzemelerden yapılan, yedi tane geometrik şekil ile oynanan bir zekâ oyunudur. Tangram oyununda amaç, yedi parçayı da kullanarak belirlenen hayvan, araç, insan vb. gibi figürleri yapmaktır.

Yandaki resimde görülen tangram parçalarını inceleyiniz. Kaç tanesinin dörtgen olduğunu ve bunların isimlerini söyleyiniz.

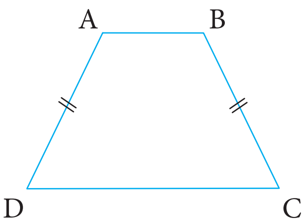
Yamuk

İki kenarı birbirine paralel olan dörtgene **yamuk** denir. Yamuğun paralel olan kenarlarına **taban**, paralel kenarları birleştiren kenarlarına ise **yan kenar** denir. Yamuğun;

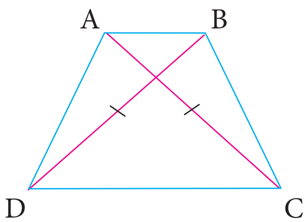


- Tabanları paraleldir.
  [AD] // [BC]
- Yan kenarları üzerindeki ardışık açıları bütünlerdir.
  $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 180°$ ve $m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 180°$

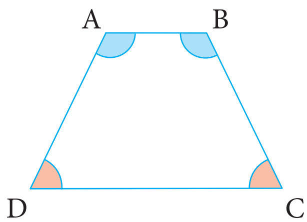
Yan kenar uzunlukları eşit olan yamuğa **ikizkenar yamuk** denir. İkizkenar yamuğun;



Yan kenar uzunlukları eşittir.
$|AD| = |BC|$



Köşegen uzunlukları eşittir.
$|AC| = |BD|$

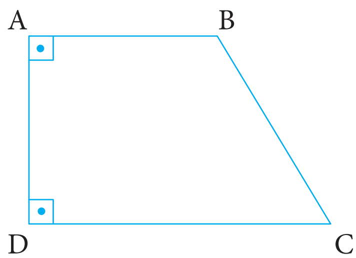


Aynı taban üzerindeki açıların ölçüleri eşittir.
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B})$ ve $m(\widehat{C}) = m(\widehat{D})$

Yan kenarlarından bir tanesi tabanlara dik olan yamuğa **dik yamuk** denir.

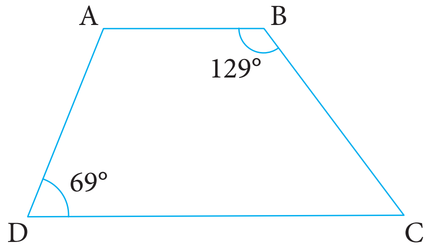
$[AD] \perp [AB]$ ve $[AD] \perp [DC]$

Dik yamuğun diğer özellikleri genel yamuk ile aynıdır.



Örnek

Yandaki ABCD yamuğunda verilenlere göre A ve C açılarının ölçülerini bulalım.



Çözüm

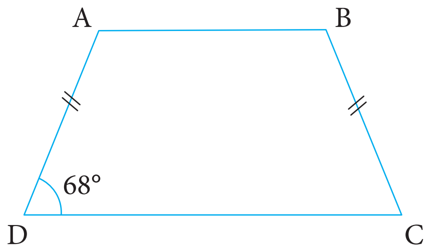
$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180°$$
$$m(\widehat{A}) + 69 = 180$$
$$m(\widehat{A}) = 180 - 69$$
$$m(\widehat{A}) = 111°$$

$$m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180°$$
$$129 + m(\widehat{C}) = 180$$
$$m(\widehat{C}) = 180 - 129$$
$$m(\widehat{C}) = 51°$$

Örnek

Yandaki ABCD dörtgeni, ikizkenar yamuktur.

$m(\widehat{D}) = 68°$ olduğuna göre diğer açıların ölçülerini bulalım.



Çözüm

$m(\widehat{C}) = m(\widehat{D})$ — İkizkenar yamuğun taban açılarının ölçüleri eşittir.

$m(\widehat{C}) = 68°$ dir.

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180°$ — Yan kenar üzerindeki ardışık açılar bütünlerdir.

$m(\widehat{A}) + 68 = 180$

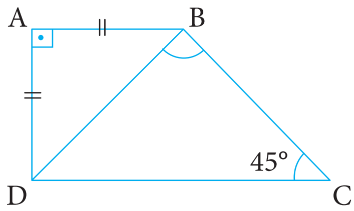
$m(\widehat{A}) = 180 - 68$

$m(\widehat{A}) = 112°$ dir.

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B})$ — İkizkenar yamuğun taban açılarının ölçüleri eşittir.

$m(\widehat{B}) = 112°$ dir.

Örnek



Yandaki ABCD dörtgeni dik yamuktur.

$|AB| = |AD|$ ve $m(\widehat{C}) = 45°$ olduğuna göre $\widehat{DBC}$ nın ölçüsünü bulalım.

Çözüm

ABD ikizkenar dik üçgen olduğu için $m(\widehat{ADB}) = (\widehat{ABD}) = 45°$ dir.

$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{C}) = 180°$ Yan kenar üzerindeki ardışık açılar bütünlerdir.

$m(\widehat{ABC}) + 45 = 180$

$m(\widehat{ABC}) = 180 - 45$

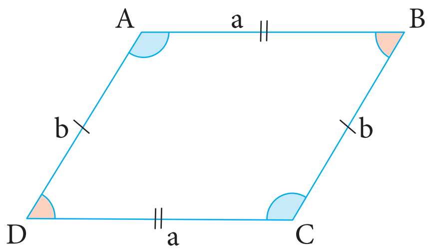
$m(\widehat{ABC}) = 135°$ olur.

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ABD}) + m(\widehat{DBC})$

$135 = 45 + m(\widehat{DBC})$

$m(\widehat{DBC}) = 90°$ dir.

Paralelkenar

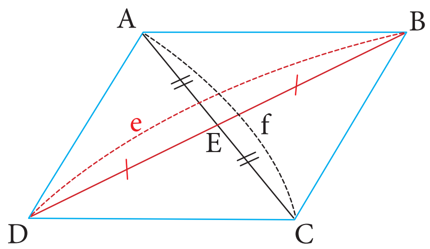


Karşılıklı kenar uzunlukları eşit ve paralel olan dörtgene **paralelkenar** denir. Paralelkenar, yamuğun özle bir durumudur. Buna göre paralelkenarın;

- Karşılıklı kenar uzunlukları eşit ve paraleldir.
  $[AB] \parallel [DC]$ ve $|AB| = |DC|$
  $[AD] \parallel [BC]$ ve $|AD| = |BC|$
- Karşılıklı iç açılarının ölçüleri eşittir.
  $m(\widehat{A}) = m(\widehat{C})$ ve $m(\widehat{B}) = m(\widehat{D})$
- Ardışık köşelerdeki açılar bütünlerdir.
  $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 180°$ ve $m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180°$
  $m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 180°$ ve $m(\widehat{D}) + m(\widehat{A}) = 180°$

- Köşegen uzunlukları **e** ve **f** ile gösterilir.
- Köşegenler birbirini ortalar.

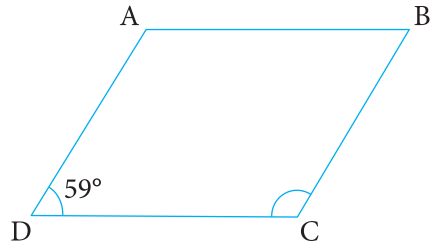
$|AE| = |EC| = \frac{f}{2}$ ve $|BE| = |ED| = \frac{e}{2}$



Örnek

Yandaki şekilde ABCD paralelkenardır.

$m(\widehat{D}) = 59°$ olduğuna göre $\widehat{C}$'nın ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

Paralelkenarda ardışık köşelerdeki açılar bütünler açılardır. Buna göre

$m(\widehat{D}) + m(\widehat{C}) = 180°$

$m(\widehat{D}) + 59 = 180$

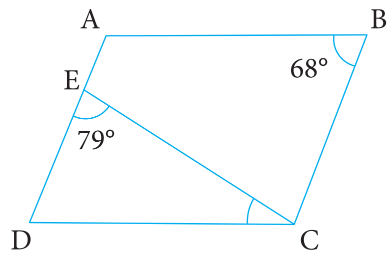
$m(\widehat{D}) = 180 - 59$

$m(\widehat{D}) = 121°$ olur.

Örnek

Yandaki şekilde ABCD paralelkenardır.

$m(\widehat{B}) = 68°$ ve $m(\widehat{DEC}) = 79°$ olduğuna göre $\widehat{DCE}$'nin ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

Paralelkenarda karşılıklı köşelerdeki açıların ölçüleri eşittir. Buna göre

$m(\widehat{D}) = m(\widehat{B}) = 68°$ olur.

EDC üçgeninde iç açılar toplamını yazalım.

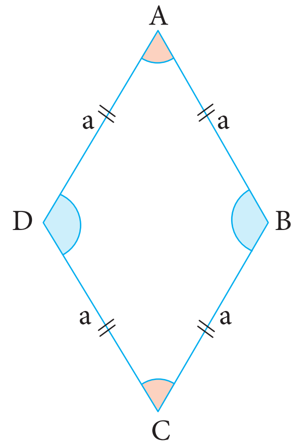
$m(\widehat{E}) + m(\widehat{D}) + m(\widehat{C}) = 180°$

$79 + 68 + m(\widehat{C}) = 180$

$147 + m(\widehat{C}) = 180$

$m(\widehat{C}) = 180 - 147$ ise $m(\widehat{DCE}) = 33°$ olur.

Eşkenar dörtgen



Karşılıklı kenarları paralel ve tüm kenar uzunlukları birbirine eşit olan dörtgene **eşkenar dörtgen** denir. Eşkenar dörtgen, yamuk ve paralelkenarın özel bir durumudur. Buna göre eşkenar dörtgenin;

- Karşılıklı kenarları paralel ve tüm kenar uzunlukları eşittir.

  $[AB] // [DC], [AD] // [BC]$ ve $|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = a$

- Karşılıklı iç açılarının ölçüleri eşittir.

  $m(\widehat{A}) = m(\widehat{C})$ ve $m(\widehat{B}) = m(\widehat{D})$

- Ardışık köşelerdeki açılar bütünlerdir.

  $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 180°$ ve $m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180°$

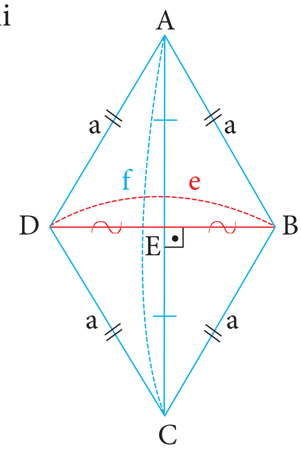
  $m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 180°$ ve $m(\widehat{D}) + m(\widehat{A}) = 180°$

- Köşegen uzunlukları **e** ve **f** ile gösterilir. Köşegenler birbirini dik ortalar

  $[AC] \perp [DB]$

  $|AE| = |EC| = \dfrac{f}{2}$

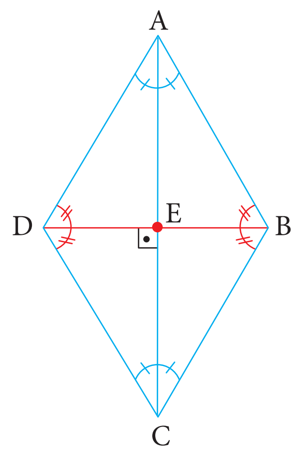
  $|DE| = |EB| = \dfrac{e}{2}$



- Köşegenler aynı zamanda açıortaydır.

  $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{BCE}) = m(\widehat{ECD})$

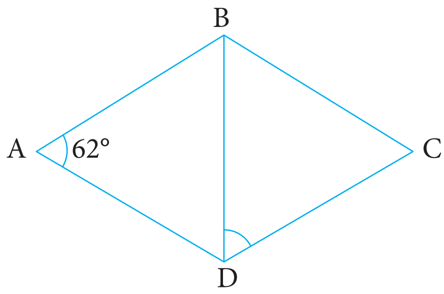
  $m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{EDC}) = m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC})$



Örnek

Yandaki şekilde ABCD eşkenar dörtgendir.

$m(\widehat{A}) = 62°$ olduğuna göre $\widehat{BDC}$ nın ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

Eşkenar dörtgende ardışık köşelerdeki açılar bütünler açılardır. Buna göre

$$m(\widehat{A})+m(\widehat{ADC}) = 180°$$
$$62 + m(\widehat{ADC}) = 180°$$
$$m(\widehat{ADC}) = 180° - 62°$$
$$m(\widehat{ADC}) = 118° \text{ olur.}$$

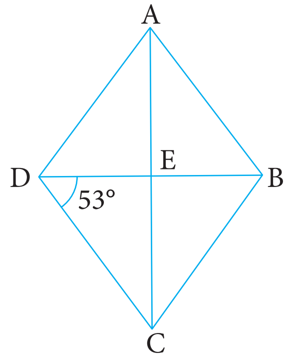
Eşkenar dörtgende köşegenler aynı zamanda açı ortaydır. Buna göre

$$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{BDC}) = \frac{m\left(\widehat{ADC}\right)}{2}$$
$$m(\widehat{BDC}) = \frac{118°}{2}$$
$$m(\widehat{BDC}) = 59° \text{ olur.}$$

Örnek

Yandaki şekilde ABCD eşkenar dörtgendir.

$m(\widehat{BDC}) = 53°$ olduğuna göre $\widehat{DCA}$ nın ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

Eşkenar dörtgende köşegenler aynı zamanda açıortaydır. Buna göre

$m(\widehat{BDC}) = m(\widehat{BDA}) = 53°$ olur.

Eşkenar dörtgende köşegenler birbirini dik kestiğinden $m(\widehat{DEC}) = 90°$ dir.

DEC üçgeninde iç açılar toplamını yazalım.

$$m(\widehat{BDC}) + m(\widehat{DEC}) + m(\widehat{DCA}) = 180°$$

$$53° + 90° + m(\widehat{DCA}) = 180°$$

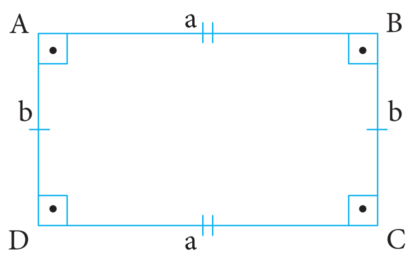
$$143° + m(\widehat{DCA}) = 180°$$

$$m(\widehat{DCA}) = 180° - 143°$$

$$m(\widehat{DCA}) = 37° \text{ olur.}$$

Dikdörtgen

Karşılıklı kenar uzunlukları eşit ve dik olan dörtgene **dikdörtgen** denir. Dikdörtgen; yamuk, paralelkenar ve eşkenar dörtgenin özel bir durumudur. Buna göre dikdörtgenin;



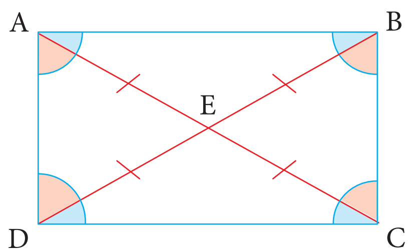
- Karşılıklı kenar uzunlukları eşit ve diktir.

  $[AB] \perp [BC]$, $[BC] \perp [CD]$ ve $[CD] \perp [DA]$

  $|AB| = |DC| = a$ ve $|BC| = |AD| = b$

- İç acılarının ölçüleri 90° dir.

  $m(\widehat{A}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{D}) = 90°$



- Köşegenler uzunlukları eşittir ve **e** ile gösterilir.
- Köşegenler birbirini ortalar.

  $|AC| = |BD| = e$

  $|AE| = |BE| = |CE| = |DE| = \frac{e}{2}$

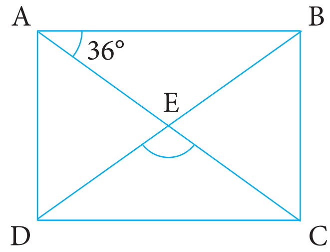
  $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{DBC})$

  $m(\widehat{CAB}) = m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{BDC}) = m(\widehat{ACD})$

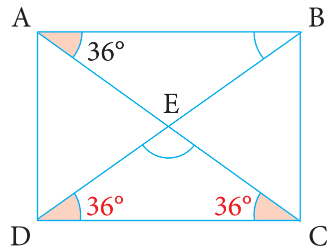
Örnek

Yandaki şekilde ABCD dikdörtgendir.

$m(\widehat{CAB}) = 36°$ olduğuna göre $\widehat{DEC}$ nın ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm



Dikdörtgenin köşegen özelliğinden,

$m(\widehat{CAB}) = m(\widehat{BDC}) = m(\widehat{ACD}) = 36°$ olur.

EDC üçgeninde iç açılar toplamını yazalım.

$$m(\widehat{BDC}) + m(\widehat{DEC}) + m(\widehat{DCA}) = 180°$$
$$36 + m(\widehat{DEC}) + 36 = 180$$
$$72 + m(\widehat{DEC}) = 180$$
$$m(\widehat{DEC}) = 180 - 72$$
$$m(\widehat{DEC}) = 108° \text{ olur.}$$

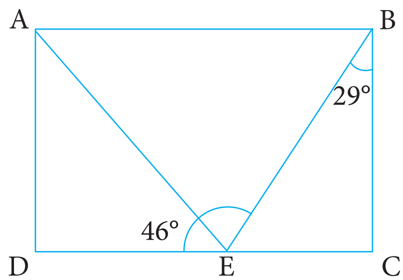
Örnek

Yandaki şekilde ABCD dikdörtgendir.

$m(\widehat{AED}) = 46°$

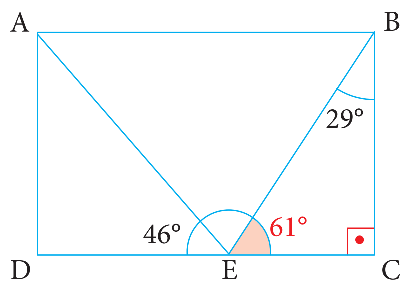
$m(\widehat{EBC}) = 29°$

Verilenlere göre $\widehat{AEB}$ nın ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

Dikdörtgenin iç açıları 90° dir. BCE üçgeninde iç açılar toplamını yazalım.



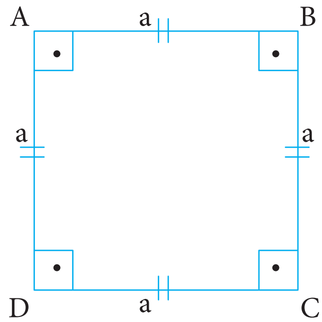
$$m(\widehat{EBC}) + m(\widehat{BCD}) + m(\widehat{CEB}) = 180°$$
$$29 + 90 + m(\widehat{CEB}) = 180$$
$$119 + m(\widehat{CEB}) = 180$$
$$m(\widehat{CEB}) = 180 - 119$$
$$m(\widehat{CEB}) = 61° \text{ olur.}$$

[DC] üzerinde olan açıların toplamı 180° dir.

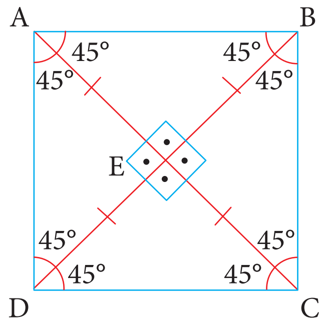
$$m(\widehat{DEA}) + m(\widehat{AEB}) + m(\widehat{BEC}) = 180°$$
$$46 + m(\widehat{AEB}) + 61 = 180$$
$$m(\widehat{AEB}) + 107 = 180$$
$$m(\widehat{AEB}) = 180 - 107$$
$$m(\widehat{AEB}) = 73° \text{ olur.}$$

Kare

Bütün kenarları birbirine dik ve eşit uzunlukta olan dörtgene **kare** denir. Kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin özel bir durumudur. Buna göre karenin;



- Bütün kenar uzunlukları eşit ve diktir.
  $[AB] \perp [BC]$, $[BC] \perp [CD]$ ve $[CD] \perp [DA]$
  $|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = a$
- İç açılarının ölçüleri 90° dir.
  $m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = 90°$
- Köşegenler uzunlukları eşittir ve **e** ile gösterilir.
  $|AC| = |BD| = e$
  $|AE| = |BE| = |CE| = |DE| = \dfrac{e}{2}$
- Köşegenler birbirini dik ortalar.
- Köşegenler aynı zamanda açıortaydır.



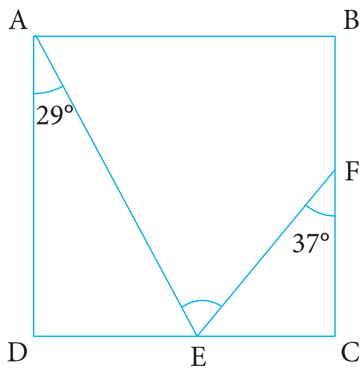
Örnek

Yandaki şekilde ABCD karedir.

$m(\widehat{EFC}) = 37°$

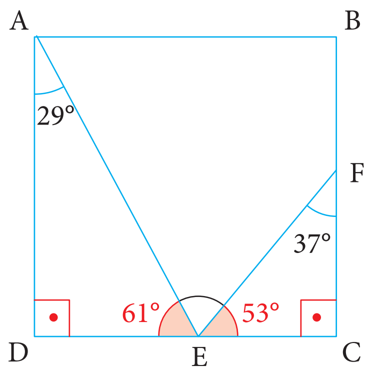
$m(\widehat{DAE}) = 29°$

Verilenlere göre $\widehat{AEF}$'nın ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

Karenin iç açıları 90° dir. ADE ve FCE üçgeninde iç açılar toplamını yazalım.



$$\begin{aligned} m(\widehat{DAE}) + m(\widehat{ADE}) + m(\widehat{AED}) &= 180^\circ \\ 29 + 90 + m(\widehat{AED}) &= 180 \\ 119 + m(\widehat{AED}) &= 180 \\ m(\widehat{AED}) &= 61^\circ \text{ olur.} \\ m(\widehat{EFC}) + m(\widehat{FCE}) + m(\widehat{CEF}) &= 180^\circ \\ 37 + 90 + m(\widehat{CEF}) &= 180 \\ 127 + m(\widehat{CEF}) &= 180 \\ m(\widehat{CEF}) &= 53^\circ \text{ olur.} \end{aligned}$$

[DC] üzerinde olan açıların toplamı 180° dir.

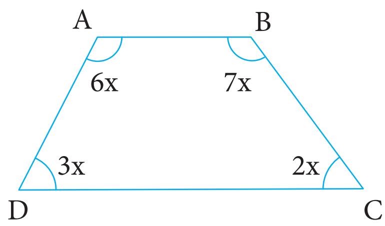
$$\begin{aligned} m(\widehat{DEA}) + m(\widehat{AEF}) + m(\widehat{FBC}) &= 180^\circ \\ 61 + m(\widehat{AEF}) + 53 &= 180 \\ m(\widehat{AEF}) + 114 &= 180 \\ m(\widehat{AEF}) &= 66^\circ \text{ olur.} \end{aligned}$$

ALIŞTIRMALAR

1. Yandaki şekilde ABCD yamuktur.

$m(\widehat{A}) = 6x$, $m(\widehat{B}) = 7x$, $m(\widehat{C}) = 2x$ ve $m(\widehat{D}) = 3x$

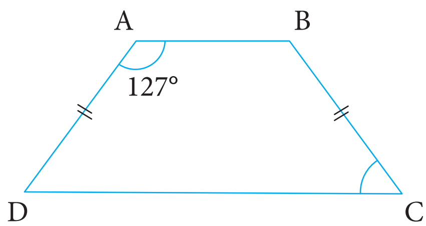
olduğuna göre x kaçtır?



2. Yandaki şekilde ABCD ikizkenar yamuktur.

$m(\widehat{A}) = 127^\circ$

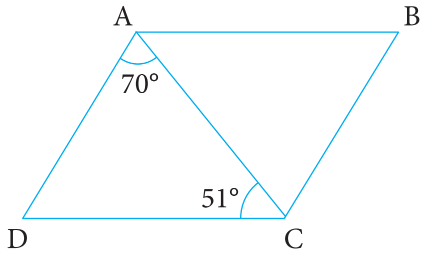
olduğuna göre $\widehat{C}$ nın ölçüsü kaç derecedir?



3. Yandaki şekilde ABCD paralelkenardır.

$m(\widehat{DAC}) = 70°$ ve $m(\widehat{ACD}) = 51°$

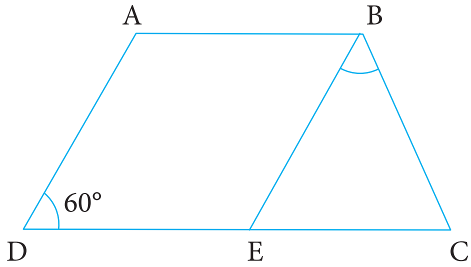
olduğuna göre $\widehat{ABC}$'nın ölçüsü kaç derecedir?



4. Yandaki şekilde ABCD yamuk, ABED eşkenar dörtgendir.

$m(\widehat{ADC}) = 60°$ ve $|EB| = |EC|$

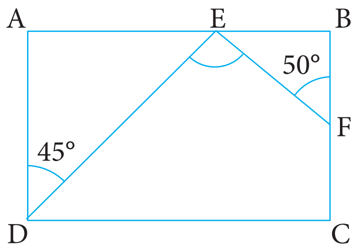
olduğuna göre $\widehat{EBC}$'nın ölçüsü kaç derecedir?



5. Yandaki şekilde ABCD dikdörtgendir.

$m(\widehat{ADE}) = 45°$ ve $m(\widehat{BFE}) = 50°$

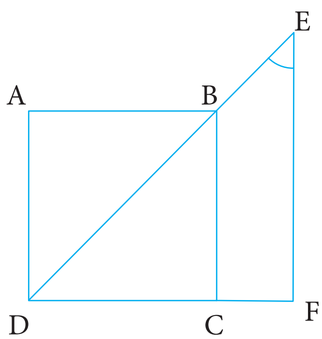
olduğuna göre $\widehat{DEF}$'nın ölçüsü kaç derecedir?



6. Yandaki şekilde ABCD karedir.

[BC] // [EF]

olduğuna göre $\widehat{DEF}$'nın ölçüsü kaç derecedir?

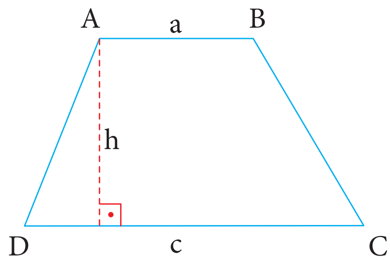


Eşkenar Dörtgen ve Yamuğun Alanı

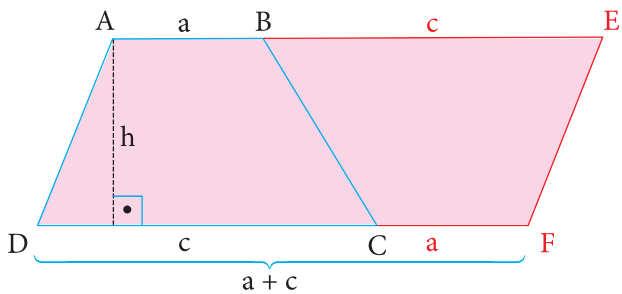
Yukarıdaki resimlerde yamuk ve eşkenar dörtgenlerin kullanıldığı zemin kaplamalarına örnekler verilmiştir. Eşkenar dörtgen ve yamuk modelleri ile kaplanan bir zeminin alanını bulmak için bu çokgenler dışında hangi çokgenlerin alan bağıntısından yararlanabileceğinizi araştırınız.

Yamuğun Alanı

Yamuğun alan bağıntısını oluşturmak için bir yamuk çizelim. ABCD yamuğunun taban uzunluklarını a ve c ile gösterelim. Yamuğun yüksekliğini ise h ile gösterelim.



Daha sonra ABCD yamuğuna eş bir yamuk çizelim ve şekildeki gibi birleştirelim. Oluşan AEFD çokgeni bir paralelkenardır. Paralelkenarın alanı tabanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir. Paralelkenarın tabanı (a + c), yüksekliği h olur. Buna göre A(AEFD) =(a + c) . h olur.



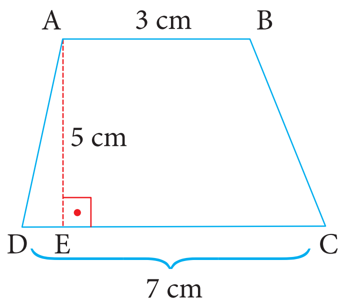
Oluşan paralelkenarın içindeki ABCD ve BEFC yamukları eş yamuklar olduğu için alanları da eşittir. ABCD yamuğunun alanı, AEFD paralelkenarının alanının yarısına eşit olur.

Buna göre $A(ABCD) = \dfrac{(a+c).h}{2}$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Yamuğun alanı, taban uzunlukları toplamının yükseklik ile çarpımının yarısına eşittir.

Örnek



Yandaki şekilde ABCD yamuktur.

$|AB| = 3$ cm

$|AE| = 5$ cm

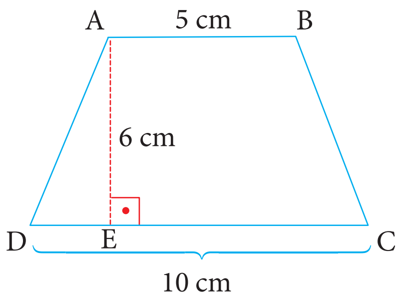
$|DC| = 7$ cm

Verilenlere göre yamuğun alanını bulalım.

Çözüm

$$A(ABCD) = \frac{(a+c).h}{2} = \frac{(3+7).5}{2} = 25\text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Örnek



Yandaki şekilde ABCD ikizkenar yamuktur.

$|AB| = 5$ cm

$|AE| = 6$ cm

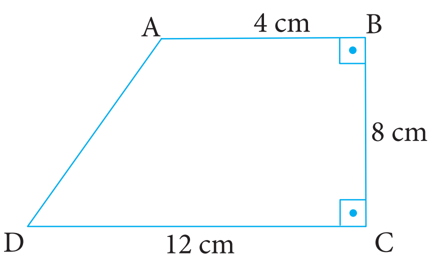
$|DC| = 10$ cm

Verilenlere göre yamuğun alanını bulalım.

Çözüm

$$A(ABCD) = \frac{(a+c).h}{2} = \frac{(5+10).6}{2} = 45\text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Örnek



Yandaki şekilde ABCD dik yamuktur.

$|AB| = 4$ cm

$|BC| = 8$ cm

$|DC| = 12$ cm

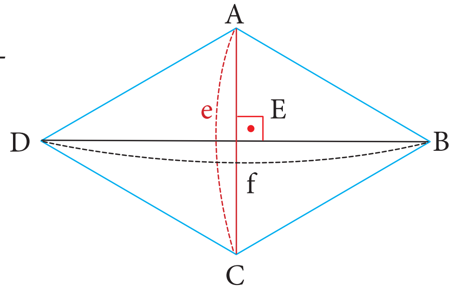
Verilenlere göre yamuğun alanını bulalım.

Çözüm

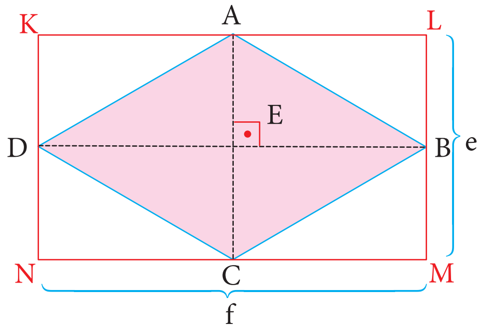
$$A(ABCD) = \frac{(a+c).h}{2} = \frac{(4+12).8}{2} = \frac{16.8}{2} = 64\text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Eşkenar Dörtgenin Alanı

Eşkenar dörtgenin alan bağıntısını oluşturmak için bir eşkenar dörtgen çizelim. ABCD eşkenar dörtgeninin köşegen uzunluklarını e ve f ile gösterelim.



Daha sonra ABCD eşkenar dörtgeninin köşelerinden geçecek şekilde bir dikdörtgen çizelim. Çizilen dikdörtgenin kenar uzunlukları e ve f kadar olur. KLMN dikdörtgeninin içinde 8 tane eş dik üçgen oluşur. Bu eş dik üçgenlerin yarısı (4 tanesi), eşkenar dörtgenin içindedir. Buna göre eşkenar dörtgeninin alanı dikdörtgenin alanının yarısına eşittir.

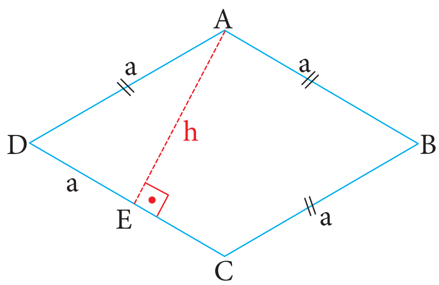


A(KLMN) = e . f olduğuna göre $\mathbf{A(ABCD)} = \dfrac{\mathbf{e\,.\,f}}{\mathbf{2}}$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Eşkenar dörtgenin alanı, köşegen uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

Eşkenar dörtgenin alanını kenar uzunlukları ve yüksekliğinden yaralanarak bulalım. ABCD eşkenar dörtgeni paralelkenarın özel bir durumu olduğu için tüm özelliklerini taşır. Paralelkenarın alanı bir kenar uzunluğu ile bu kenara inen yüksekliğin çarpımına eşittir. O hâlde eşkenar dörtgenin alanı, **A(ABCD) = a . h** olur.



BİLGİ KUTUSU

Eşkenar dörtgenin alanı, bir kenar uzunluğu ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

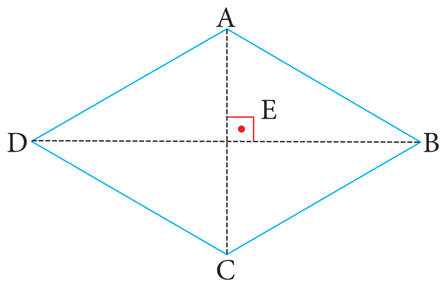
Örnek

Yandaki şekilde ABCD eşkenar dörtgendir.

$|AC| = 8$ cm

$|BD| = 12$ cm

Verilenlere göre eşkenar dörtgenin alanını bulalım.



Çözüm

Eşkenar dörtgenin alanını köşegenlerini kullanarak bulalım.

$$A(ABCD) = \frac{e.f}{2} = \frac{8.12}{2} = 48\,cm^2 \text{ olur.}$$

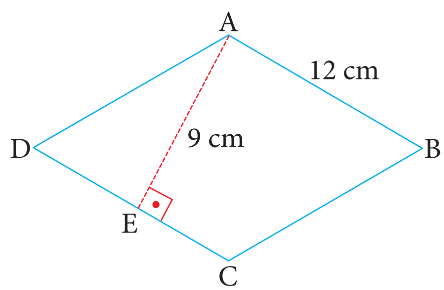
Örnek

Yandaki şekilde ABCD eşkenar dörtgendir.

$|AB| = 12$ cm

$|AE| = 9$ cm

Verilenlere göre eşkenar dörtgenin alanını bulalım.



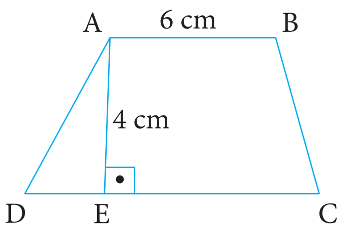
Çözüm

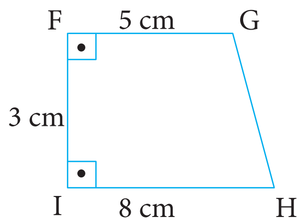
Eşkenar dörtgenin alanını kenar ve yüksekliğini kullanarak bulalım.

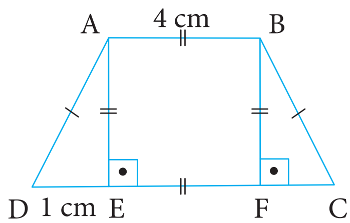
$A(ABCD) = a \,.\, h = 12 \,.\, 9 = 108\ cm^2$ olur.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki yamukların alanlarını hesaplayınız.

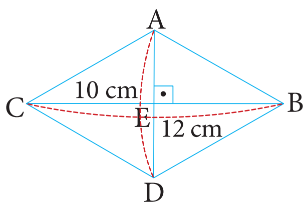


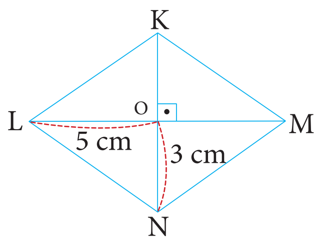


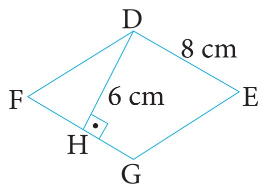


|DC| = 10 cm

2. Aşağıdaki eşkenar dörtgenlerin alanlarını hesaplayınız.







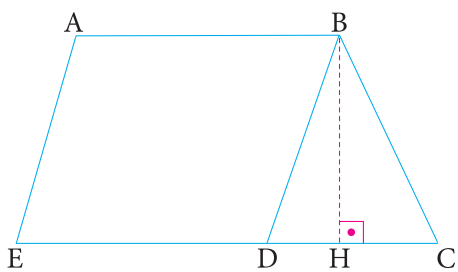
3. ABCE yamuk, ABDE eşkenar dörtgendir.

[BH] ⊥ [EC]

|AE| = 6

|DC| = 4

|BH| = 3



Buna göre ABCE yamuğunun alanı kaç cm^2 dir?

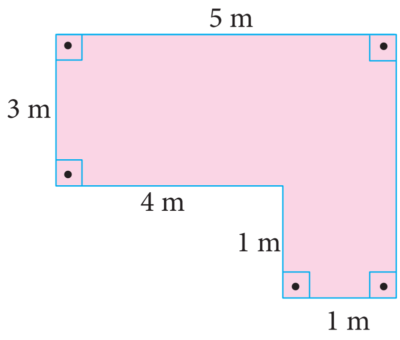
Alan ile İlgili Problemler

Çokgenlerin; kenar, köşegen, açı özellikleri ve alan bağıntılarını kullanarak günlük hayatta karşımıza çıkabilecek birçok problemi çözebiliriz.

Problem

Yanda bir evin salonunun planı ve ölçüleri verilmiştir.

Buna göre salonun zeminini parke ile kaplamak için kaç m^2 parke kullanılacağını bulalım.



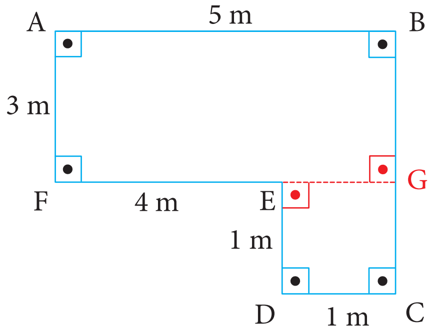
Problemi Anlayalım

Verilenler: Salonunun ölçüleri şekil üzerinde veriliyor.

İstenenler: Salonun alanı kaç m^2 dir?

Çözümü Planlayalım

Salonun alanını bulabilmek için taslak çizimdeki E köşesinden [DC] na paralel çizelim. Böylece salon, dikdörtgen ve kare olacak şekilde dörtgenlere ayrılır. Elde edilen bu dörtgenlerin alanlarını ayrı ayrı bulalım. Daha sonra bu alanları toplayalım.



Problemi Çözelim

ABGF dikdörtgeninin alanı;

A(ABGF) = 3 . 5 = 15m^2 olur.

EGCD karesinin alanı;

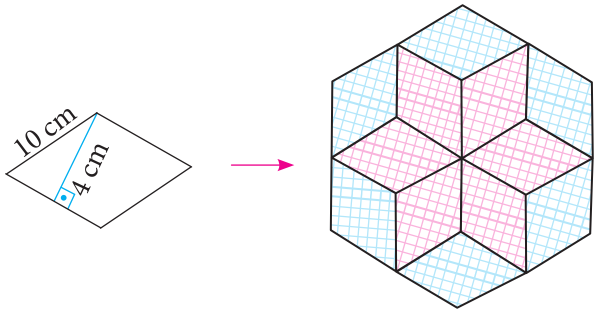
A(EGCD) = 1 . 1 = 1 m^2 olur.

Salonun alanı = 15 + 1 =16 m^2

olur.

Problem

Ebru Hanım, yandaki şekilde ölçüleri verilen eşkenar dörtgen biçiminde ve eş büyüklükte renkli kumaş parçalarını birleştirerek masa örtüsü yapıyor.



Ebru Hanım'ın yaptığı örtü için kaç cm² kumaş harcadığını bulalım.

Problemi Anlayalım

Verilenler: Masa örtüsünün yapımında kullanılacak eşkenar dörtgen şeklindeki tek bir parçanın kenar uzunluğu 10 cm, yüksekliği 4 cm'dir. Bu parçalardan 6 tanesi pembe, 6 tanesi mavi olmak üzere toplam 12 tanesi birleştirilmiş.

İstenenler: Masa örtüsü için kullanılan kumaş toplam kaç cm^2 dir?

Çözümü Planlayalım

Önce masa örtüsünün yapımında kullanılan eşkenar dörtgen biçimindeki bir parçanın alanını bulalım. Daha sonra bulduğumuz sayıyı 12 ile çarparak toplam alanı bulalım.

Problemi Çözelim

Eşkenar dörtgenin alanı = Taban . Yükseklik

= 10 . 4

= 40 cm^2

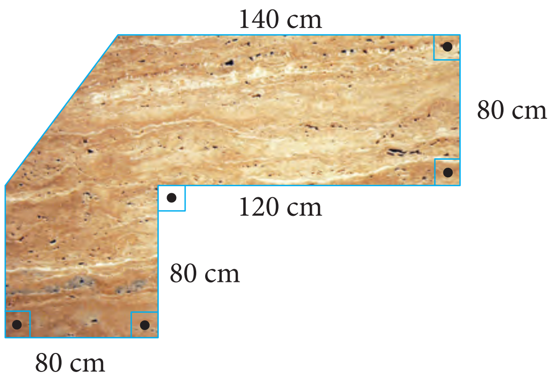
Masa örtüsünün alanı = 40 . 12

Masa örtüsünün alanı = 480 cm^2 olur.

Problem

Ahmet Usta'nın müşterisi için yapacağı mermer tezgâhın ölçüleri yandaki şekilde verilmiştir.

Ahmet Usta'nın tezgâhı yapmak için kaç m^2 mermer kullanması gerektiğini bulalım.



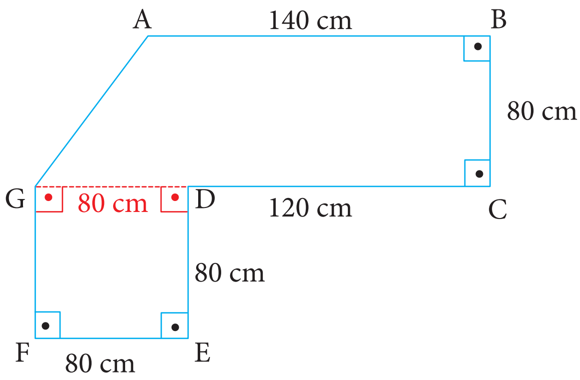
Problemi Anlayalım

Verilenler: Mermer tezgâhın ölçüleri verilmiştir.

İstenenler: Tezgâhı yapmak için kaç m^2 mermer gereklidir?

Çözümü Planlayalım

Tezgâhın alanını bulabilmek için taslak çizimdeki D köşesinden [EF] na paralel çizelim. Böylece tezgâh, yamuk ve kare olacak şekilde dörtgenlere ayrılır. Elde edilen bu dörtgenlerin alanlarını ayrı ayrı bulalım. Daha sonra bu alanları toplayalım. Bulacağımız sonucu m^2 ye çevirelim.



Problemi Çözelim

ABCG yamuğunun alt tabanının uzunluğu = 80 + 120 = 200 cm'dir. Buna göre

$$A(ABCG) = \frac{(140 + 200) \, . \, 80}{2} = \frac{340 \, . \, 80}{2} = 13600 \ cm^2$$

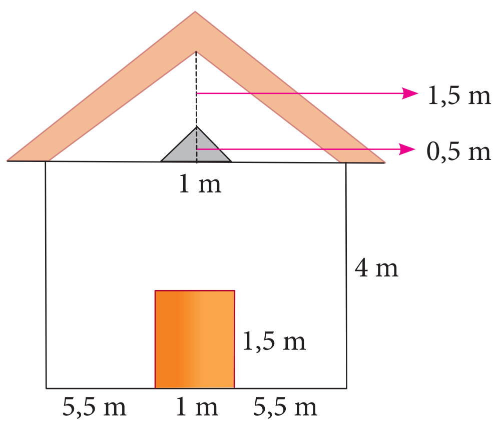
A(DEFG) = 80 . 80 = 6400 cm^2

Tezgâhın alanı = 13600 + 6400 = 20000 cm^2 = 2 m^2 mermer kullanılır.

Problem

Zeki Bey, evinin dış cephesini yalıtım yaptırmak istiyor. Evin yalıtım yapılacak olan cephesinin görünümü ve ölçüleri yandaki resimde verilmiştir.

Buna göre Zeki Bey'in kaç m^2 yalıtım malzemesi alması gerektiğini bulalım.

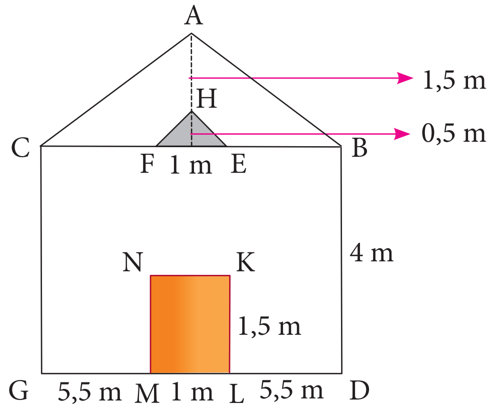


Problemi Anlayalım

Verilenler: Evin dış cephe görüntüsü resim üzerinde veriliyor.

İstenenler: Evin dış cephe kaplaması için kaç m^2 kaplama malzemesi gereklidir?

Çözümü Planlayalım



Evin taslak çizimini yapalım. Çatının altında kalan yüzeyin alanını bulmak için büyük üçgenin alanından pencereyi oluşturan üçgenin alanını çıkaralım.

Duvar yüzeyinin alanını bulmak için duvar alanından kapı alanını çıkaralım. Daha sonra duvar ve çatının altında kalan yüzeylerinde kaplanacak alanları toplayarak toplam alanı bulalım.

Problemi Çözelim

ABC üçgeninin;

Taban kenarının uzunluğu = 5,5 + 5,5 + 1 = 12 m

Yükseklik uzunluğu = 0,5 + 1,5 = 2 m

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{12.2}{2} = \frac{24}{2} = 12\ m^2$$

$$A(\widehat{HEF}) = \frac{1.0,5}{2} = 0,75\ m^2$$

Çatının altında kalan yüzeyin alanı = 12 – 0,75 = 11,25 m^2 olur.

BCDG dikdörtgeninin;

Uzun kenar uzunluğu = 5,5 + 5,5 + 1 = 12 m

A(BCGD) = 4 . 12 = 48 m^2

A(KLMN) = 1 . 1,5 = 1,5 m^2

Duvar yüzeyinin alanı = 48 – 1,5 = 46,5 m^2

Kaplama yapılacak toplam alan = 11,25 + 46,5 = 57,75 m^2 lik kaplama malzemesi gereklidir.

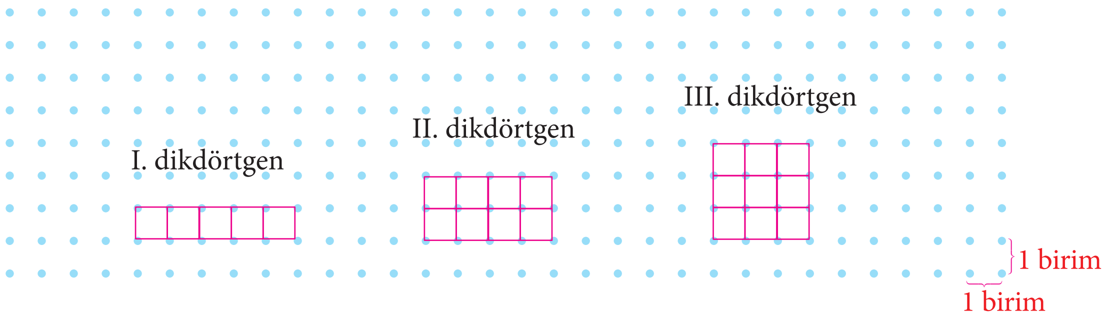
Dikdörtgenin Çevre Uzunluğu ile Alanı Arasındaki İlişki

DÜŞÜNELİM

1 metre uzunluğunda bir tel ile çevre uzunlukları aynı, alan ölçüleri farklı dikdörtgenler yapmaya çalışınız.

Örnek

Aşağıdaki noktalı kâğıda çizilen dikdörtgenlerin çevre uzunlukları ile alanları arasındaki ilişkiyi inceleyelim.



Çözüm

Dikdörtgenlerin çevre uzunlukları ile alanları arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablo yapalım.

Şekil	Kısa kenar uzunluğu (br)	Uzun kenar uzunluğu (br)	Çevre uzunluğu (br)	Alanı
I. dikdörtgen	1	5	12	5
II. dikdörtgen	2	4	12	8
III. dikdörtgen	3	3	12	9

Tabloyu incelediğimizde, dikdörtgenlerin kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen çevre uzunluklarının eşit, alanlarının ise farklı olduğunu görürüz.

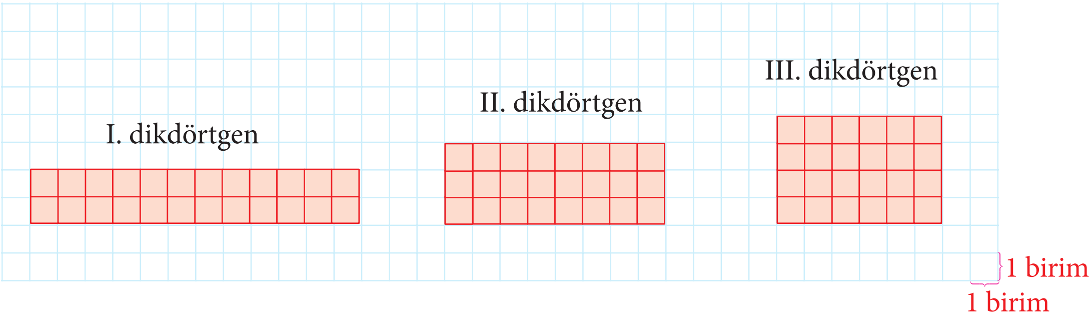
Çevre uzunlukları eşit olan dikdörtgenlerin, kenar uzunluklarının değeri birbirine yaklaştığında alanları büyür.

BİLGİ KUTUSU

Çevrelerinin uzunlukları eşit olan dikdörtgensel bölgelerden, kenar uzunlukları birbirine yakın veya eşit olan bölgenin alanı daha büyüktür.

Örnek

Aşağıdaki kareli kâğıda çizilen dikdörtgenlerin alanları ile çevre uzunlukları arasındaki ilişkiyi inceleyelim.



Çözüm

Dikdörtgenlerin alanları ile çevre uzunlukları arasındaki ilişkiyi gösteren bir yapalım.

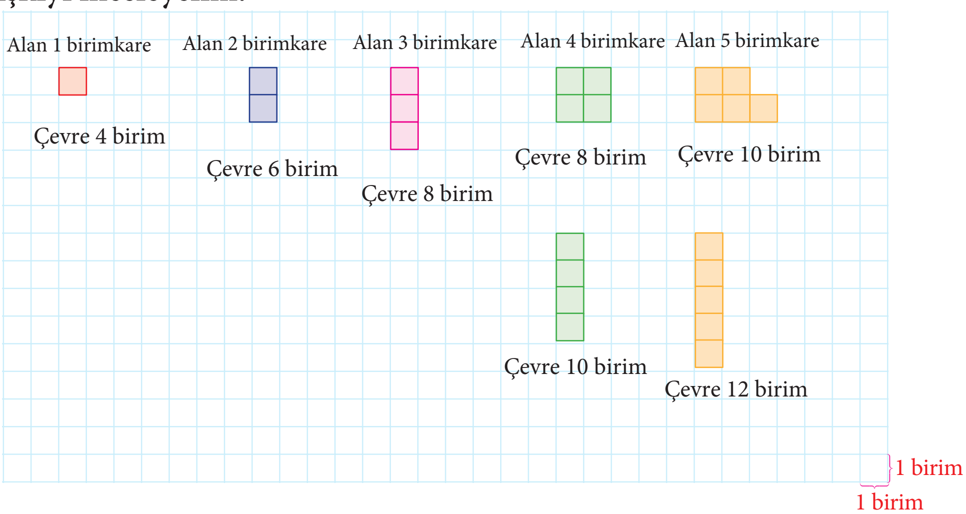
Şekil	Kısa kenar uzunluğu (birim)	Uzun kenar uzunluğu (birim)	Çevre uzunluğu (birim)	Alanı
I. dikdörtgen	2	12	28	24
II. dikdörtgen	3	8	22	24
III. dikdörtgen	4	6	20	24

Tabloyu incelediğimizde, dikdörtgenlerin kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen alanlarının eşit, çevre uzunluklarının ise farklı olduğunu görürüz.

Alanları eşit olan dikdörtgenlerin, çevre uzunlukları farklı olabilir.

Örnek

Aşağıdaki kareli kâğıda çizilen şekillerin alanları ile çevre uzunlukları arasındaki ilişkiyi inceleyelim.



Çözüm

Birimkareler ile çizilen bir şeklin alanı ile olası en büyük çevre uzunluğu arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablo oluşturalım.

Alan (birimkare)	En büyük çevre uzunluğu (birim)	Cebirsel gösterim
1	4	2 . 1 + 2
2	6	2 . 2 + 2
3	8	2 . 3 + 2
4	10	2 . 4 + 2
5	12	2 . 5 + 2
...	...	...
n		2 . n + 2

Tabloyu incelediğimizde, birimkareler ile çizilen bir şeklin olası en büyük çevre uzunluğu, bu şeklin alanının 2 katının 2 fazlasına eşit olduğunu görürüz.

BİLGİ KUTUSU

Birimkareler ile oluşturulan bir şeklin alanı n birimkare ise bu şeklin olası en büyük çevre uzunluğu **2n + 2** birim olur.

Örnek

Birimkareler ile oluşturulan bir şeklin alanı 12 birimkare olduğuna göre bu şeklin olası en büyük çevre uzunluğunun kaç birim olduğunu bulalım.

Çözüm

Bu şeklin olası en büyük çevre uzunluğu;

$2n + 2 = 2.\ 12 + 2 = 24 + 2 = 26$ birim olur.

Örnek

Birimkareler ile oluşturulan bir şeklin olası en büyük çevre uzunluğu 48 birim olduğuna göre bu şeklin alanının kaç birimkare olduğunu bulalım.

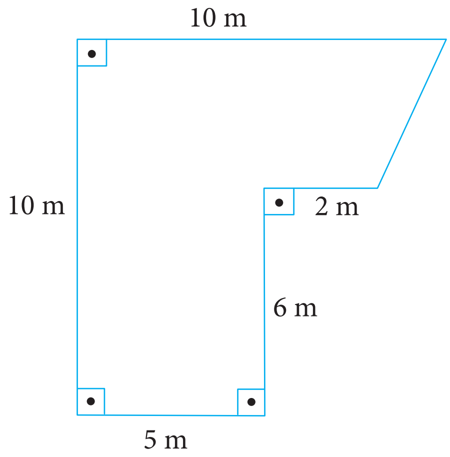
Çözüm

Bu şeklin olası en büyük çevre uzunluğu 48 birim ise alanı;

$$2n + 2 = 48$$
$$2n = 48 - 2$$
$$2n = 46$$
$$n = 23$$ birimkare olur.

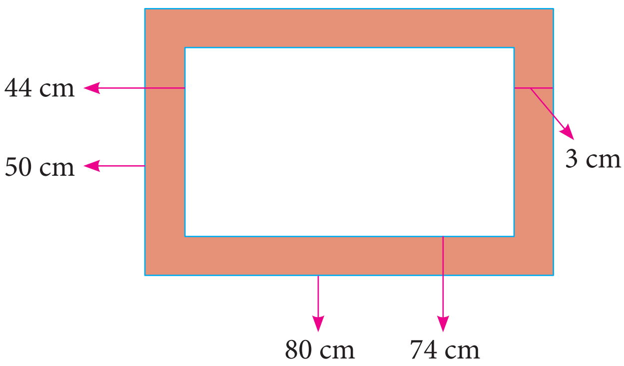
ALIŞTIRMALAR

1. **Yanda ölçüleri verilen arsanın alanını hesaplayınız.**



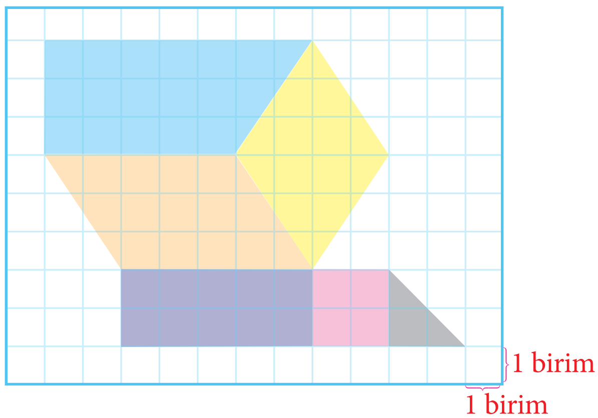
2. Yanda dikdörtgen biçiminde bir resim çerçevesinin ölçüleri veriliyor.

   Verilen ölçülere göre çerçevenin alanını hesaplayınız.



3. Ahmet, yandaki kareli kâğıda herhangi iki çokgenin birer kenarları ortak olacak şekilde çokgenlerden oluşan bileşik şekli oluşturuyor.

   Bu şeklin alanı kaç birimkaredir?



4. **Birimkareler ile oluşturulan bir şeklin alanı 48 birimkare olduğuna göre bu şeklin olası en büyük çevre uzunluğu kaç br'dir?**

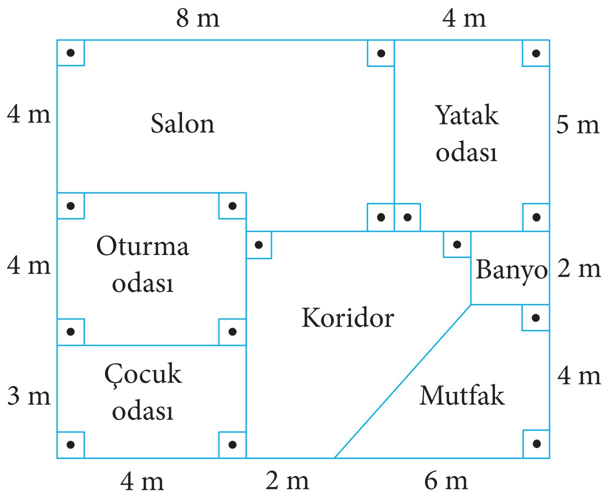
5. **Birimkareler ile oluşturulan bir şeklin olası en büyük çevre uzunluğu 50 birim olduğuna göre bu şeklin alanı kaç birimkaredir?**

6. Esra Hanım'ın evinin planı ve ölçüleri yanda veriliyor. Esra Hanım; oturma odası, yatak odası ve çocuk odasını halı ile salon ve koridoru parke ile kaplamak istiyor.

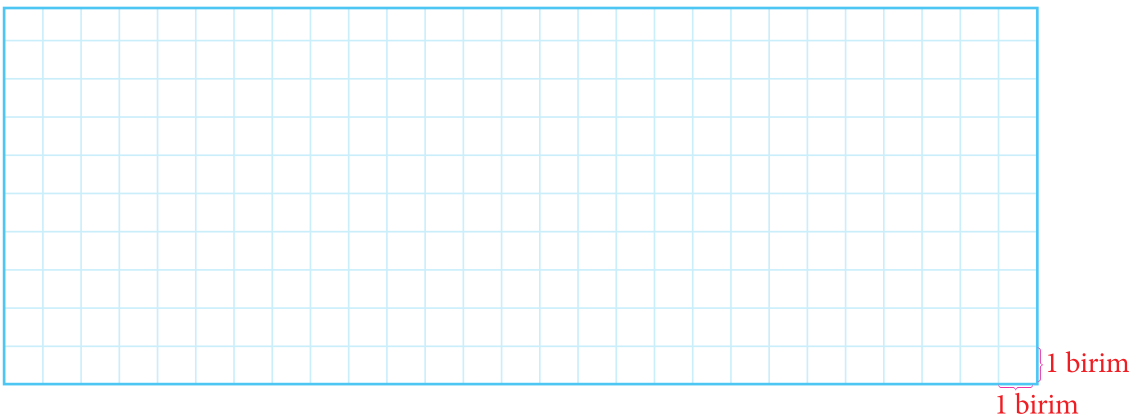
Buna göre Esra Hanım,

a. Toplam kaç m^2 parke almalıdır?

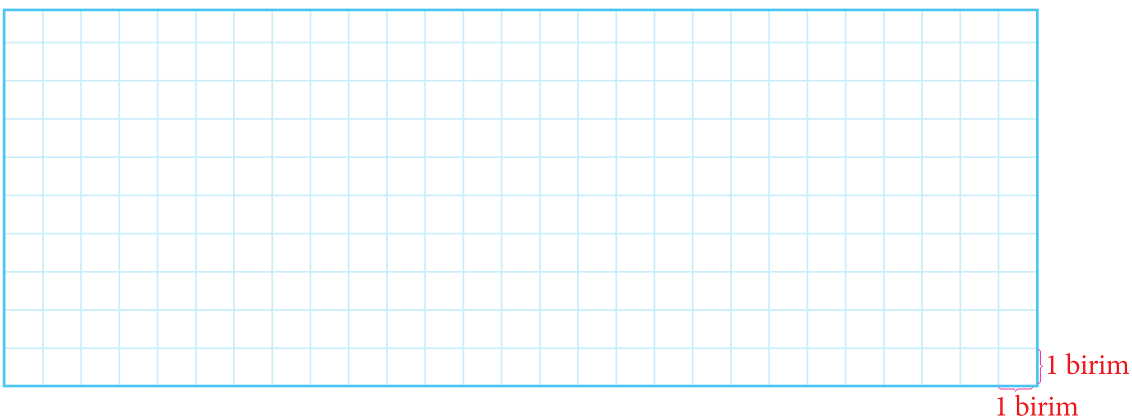
b. Toplam kaç m^2 halı almalıdır?



7. Aşağıdaki kareli zemine, çevre uzunlukları 18 birim olan üç farklı dikdörtgen çiziniz. Bu dikdörtgenlerin alalarını bularak çevre uzunlukları ile ilişkisini açıklayınız.



8. Aşağıdaki kareli zemine, alanları 36 birimkare olan üç farklı dikdörtgen çiziniz. Bu dikdörtgenlerin alalarını bularak çevre uzunlukları ile ilişkisini açıklayınız.



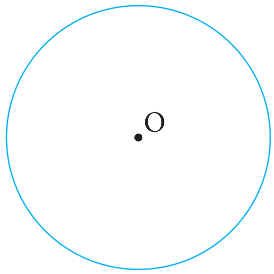
ÇEMBER VE DAİRE

Çemberde Merkez Açı ve Gördüğü Yayla İlişkisi

Yandaki resimde, at arabasının tekerlerinin oluşturduğu çember modellerini inceleyiniz. Çember modelleri üzerine çizilen açının köşesini ve açının kollarının çemberi kestiği noktaları belirleyiniz.

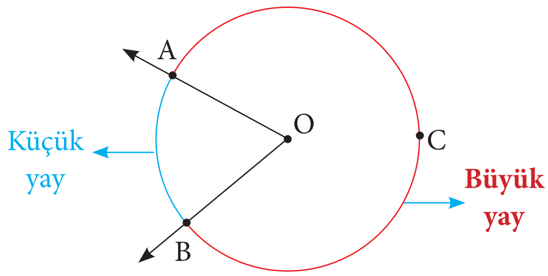
Örnek

Yandaki O merkezli çember üzerine, köşesi çemberin merkezinde olacak şekilde bir açı çizelim. Çember ile açıyı inceleyelim.



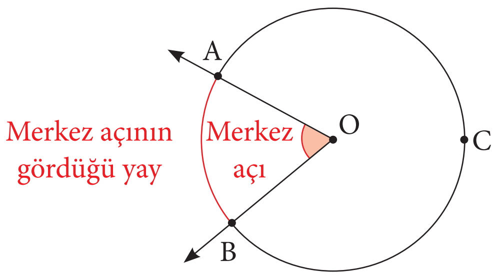
Çözüm

O merkezli çember üzerine, köşesi çemberin merkezinde olacak şekilde AOB açısı çizelim. AOB açısının kolları çemberi iki noktada keser. Açının kollarının çemberi kestiği noktalar, çemberi iki parçaya ayırır. Bu parçalardan her birine **yay** denir.



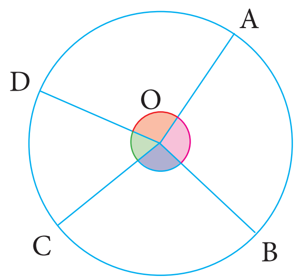
Bu yaylardan A ile B noktası arasında kalan küçük parça $\overset{\frown}{AB}$, büyük parça ise üçüncü bir nokta kullanılarak $\overset{\frown}{ACB}$ şeklinde gösterilir. AB yayının ölçüsü $m(\overset{\frown}{AB})$, ACB yayının ölçüsü ise $m(\overset{\frown}{ACB})$ şeklinde gösterilir.

Köşesi, çemberin merkezinde olan açıya **merkez açı** denir. Merkez açının iç bölgesinde kalan çember parçasına (yaya) **merkez açının gördüğü yay** denir.



Örnek

Yandaki O merkezli çemberde verilen merkez açıları ve gördükleri yayları yazalım.



Çözüm

AOB merkez açısının gördüğü yay AB yayıdır.

BOC merkez açısının gördüğü yay BC yayıdır.

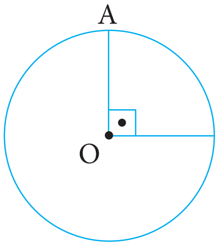
COD merkez açısının gördüğü yay CD yayıdır.

DOA merkez açısının gördüğü yay DA yayıdır.

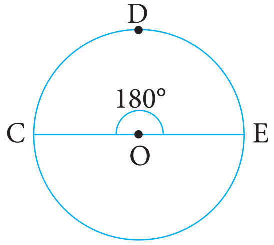
Örnek

Aşağıdaki O merkezli çemberlerde verilen merkez açıların ölçülerini hesaplayalım.

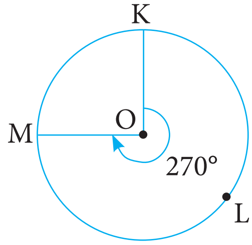
a.



b.



c.



Çözüm

Çemberi oluşturan açı tam açıdır ve tam açının ölçüsü 360° dir.

a. AB yayı, çemberin $\frac{1}{4}$'üne eşittir. Buna göre AB yayının ölçüsü,

$m(\overparen{AB}) = 360 \cdot \frac{1}{4} = 90°$ olur. $m(\widehat{AOB}) = m(\overparen{AB})$ olur.

b. CDE yayı, çemberin $\frac{1}{2}$'sine eşittir. Buna göre CDE yayının ölçüsü,

$m(\overparen{CDE}) = 360 \cdot \frac{1}{2} = 180°$ olur. $m(\widehat{COE}) = m(\overparen{CDE})$ olur.

c. KLM yayı, çemberin $\frac{3}{4}$'üne eşittir. Buna göre KLM yayının ölçüsü,

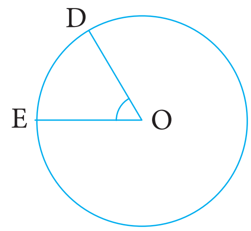
$m(\overparen{KLM}) = 360 \cdot \frac{3}{4} = 270°$ olur. $m(\widehat{KOM}) = m(\overparen{KLM})$ olur.

BİLGİ KUTUSU

Çemberde merkez açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

Örnek

Yandaki O merkezli çemberde $m(\overset{\frown}{DE}) = 48°$ olduğuna göre $\widehat{DOE}$'nın ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.



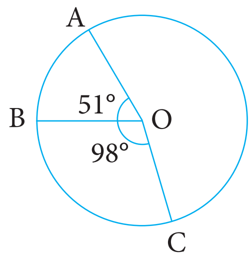
Çözüm

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşit olduğu için

$m(\widehat{DOE}) = m(\overset{\frown}{DE}) = 48°$ olur.

Örnek

Yandaki O merkezli çemberde $m(\widehat{AOB}) = 51°$ ve $m(\widehat{BOC}) = 98°$ olduğuna göre ABC yayının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

ABC yayını gören merkez açı AOC açısıdır.

$m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{BOC})$

$m(\widehat{AOC}) = 51 + 98$

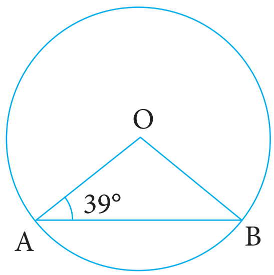
$m(\widehat{AOC}) = 149°$ olur.

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir. Buna göre

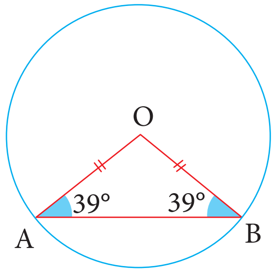
$m(\overset{\frown}{ABC}) = m(\widehat{AOC}) = 149°$ olur.

Örnek

Yandaki O merkezli çemberde $m(\widehat{OAB}) = 39°$ olduğuna AB yayının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm



[OA] ve [OB] yarıçap olduğu için AOB üçgeni ikizkenar üçgendir. İkizkenar üçgenin taban açılarının ölçüleri eşittir.

AOB üçgeninin iç açıları toplamını yazalım.

$m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{OBA}) + m(\widehat{BAO}) = 180°$

$m(\widehat{AOB}) + 39 + 39 = 180$

$m(\widehat{AOB}) = 180 - 78$

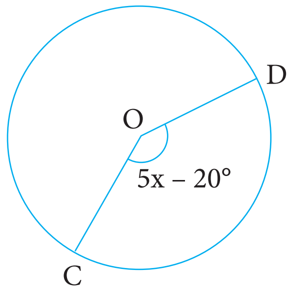
$m(\widehat{AOB}) = 102°$ olur.

Merkez açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsüne eşit olduğu için

$m(\overset{\frown}{AB}) = m(\widehat{AOB}) = 102°$ olur.

Örnek

Yandaki O merkezli çemberde, $m(\widehat{COD}) = 5x - 20°$ ve $m(\overset{\frown}{CD}) = 3x + 30°$ olduğuna göre CD yayının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir. Buna göre

$5x - 20 = 3x + 30$

$5x - 3x = 30 + 20$

$2x = 50$

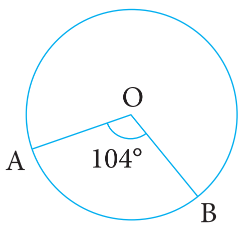
$x = 25$ olur.

$m(\overset{\frown}{CD}) = 3x + 30 = 3 . 25 + 30 = 75 + 30 = 105°$ olur.

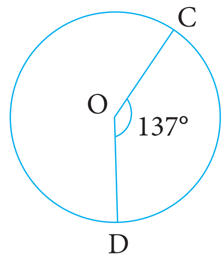
ALIŞTIRMALAR

1. **Aşağıda merkez açılarının ölçüleri verilen çemberlerin, merkez açılarının gördükleri yaylarının ölçülerini bulunuz.**

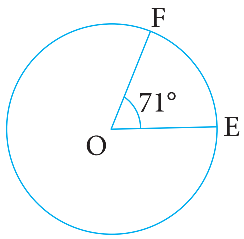
a.



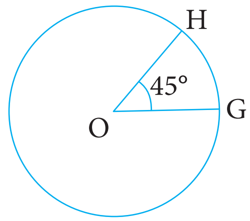
b.



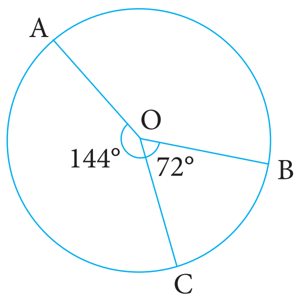
c.



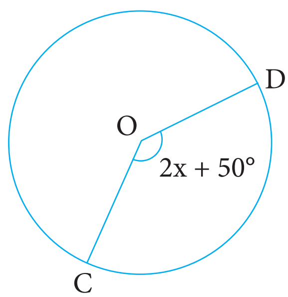
c.



2. Yandaki O merkezli çemberde $m(\widehat{AOC}) = 144°$ ve $m(\widehat{BOC}) = 72°$ **olduğuna göre ACB yayının ölçüsü kaç derecedir?**



3. Yandaki O merkezli çemberde, $m(\widehat{COD}) = 2x + 50°$ ve $m(\overset{\frown}{CD}) = 7x - 100°$ **olduğuna göre CD yayının ölçüsü kaç derecedir?**



Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu

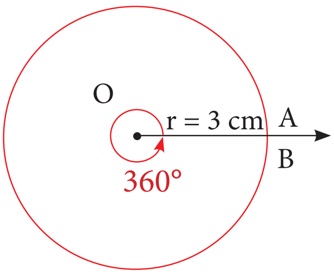
Yandaki resimde su değirmeninin oluşturduğu çember modeli üzerinde çizilen merkez açının gördüğü yayın uzunluğunu nasıl hesaplarsınız? Araştırınız.

Örnek

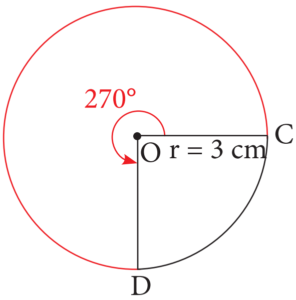
Aşağıdaki O merkezli çemberlerin yarıçap uzunluğu 3 cm'dir.

Buna göre çemberlerde, merkez açıların gördüğü çember parçalarının uzunluklarını hesaplayalım (π = 3,14 alalım).

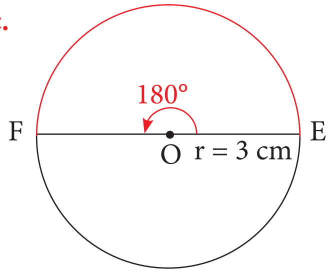
a.



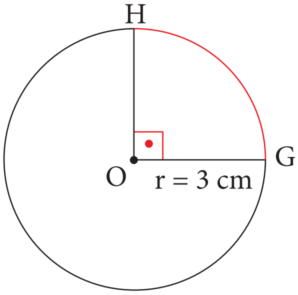
b.



c.



ç.



Çözüm

a. 360° lik merkez açının gördüğü çember parçası, çemberin çevresinin tamamıdır. Çemberin çevre uzunluğunu hesaplayalım. Yarıçap uzunluğu 3 cm olan çemberin çevre uzunluğu,

Ç = 2 . π. r = 2 . 3,14 . 3 = 18,84 cm olur.

b. 270° lik merkez açının gördüğü çember parçası, bu merkez açının gördüğü CD yayıdır. CD yayının uzunluğunu bulalım.

270° lik merkez açının, 360° lik merkez açıya oranı; $\dfrac{270°}{360°} = \dfrac{3}{4}$’tür.

Buna göre CD yayının uzunluğu, çemberin çevre uzunluğunun $\dfrac{3}{4}$’üne eşittir.

CD yayının uzunluğu $= 18,84 \cdot \dfrac{3}{4} = \dfrac{18,84 \,.\, 3}{4} = 14,13$ cm olur.

c. 180° lik merkez açının gördüğü çember parçası, bu merkez açının gördüğü EF yayıdır. EF yayının uzunluğunu bulalım.

180° lik merkez açının, 360° lik merkez açıya oranı; $\dfrac{180°}{360°} = \dfrac{1}{2}$’dir.

Buna göre EF yayının uzunluğu, çemberin çevre uzunluğunun $\dfrac{1}{2}$’sine eşittir.

EF yayının uzunluğu $= 18,84 \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{18,84 \,.\, 1}{2} = 9,42$ cm olur.

ç. 90° lik merkez açının gördüğü çember parçası, bu merkez açının gördüğü GH yayıdır. GH yayının uzunluğunu bulalım.

90° lik merkez açının, 360° lik merkez açıya oranı; $\dfrac{90°}{360°} = \dfrac{1}{4}$’tür.

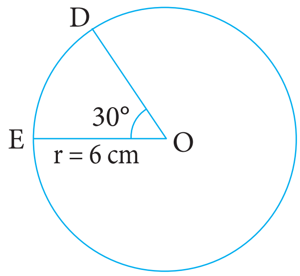
Buna göre GH yayının uzunluğu, çemberin çevre uzunluğunun $\dfrac{1}{4}$’üne eşittir.

GH yayının uzunluğu $= 18,84 \cdot \dfrac{1}{4} \quad \dfrac{18,84 \,.\, 1}{4} = 4,71$cm olur.

BİLGİ KUTUSU

Çemberde AB yayının uzunluğu, $|\overset{\frown}{AB}|$ şeklinde gösterilir. Bir yayın uzunluğu, uzunluk ölçüsü olarak değerini ifade eder. Bir yayın ölçüsü ise açı ölçüsü olarak değerini ifade eder.

Örnek



Yandaki O merkezli çemberin yarıçap uzunluğu r = 6 cm ve $m(\widehat{DOE}) = 30°$ dir.

Buna göre DE yayının uzunluğunu hesaplayalım ($\pi = 3$ alalım).

Çözüm

O merkezli çemberin çevre uzunluğu,

$Ç = 2 . \pi . r = 2 . 3 . 6 = 36$ cm olur.

Orantı kullanarak yayın uzunluğunu bulalım.

360° lik merkez açının gördüğü yay 36 cm uzunluğunda ise

30° lik merkez açının gördüğü yay x cm uzunluğundadır.

D.O.

$$360 . x = 30 . 36$$

$$x = \frac{30 . 36}{360}$$

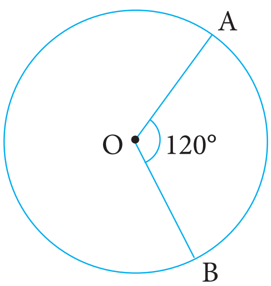
$x = 3$ br olur. Buna göre $|\overparen{DE}| = 3$ cm'dir.

BİLGİ KUTUSU

O merkezli çemberde AOB merkez açısının gördüğü yay, AB yayı olsun. Çemberin çevre uzunluğunu Ç ile gösterirsek, AB yayının uzunluğu;

$$\frac{|\overparen{AB}|}{Ç} = \frac{m(\widehat{AOB})}{360°}$$ orantısı ile bulunur.

Örnek



Yandaki O merkezli çemberde $m(\widehat{AOB}) = 120°$ ve $|\overparen{AB}| = 20$ cm'dir.

Buna göre çemberin yarıçap uzunluğunu hesaplayalım ($\pi = 3$ alalım).

Çözüm

Çemberin çevre uzunluğunu hesaplayalım.

$$\frac{|\widehat{AB}|}{Ç} = \frac{m(\widehat{AOB})}{360°}$$

$$\frac{20}{Ç} = \frac{\cancel{120}^{1}}{\cancel{360}_{3}}$$

$$\frac{20}{Ç} = \frac{1}{3}$$

$$Ç = 20 \,.\, 3$$

$$Ç = 60 \text{ cm' dir.}$$

Çemberin çevre uzunluğunu veren eşitlik $Ç = 2 \,.\, \pi \,.\, r$ olduğuna göre

$$Ç = 2 \,.\, \pi \,.\, r = 60$$

$$2 \,.\, 3 \,.\, r = 60$$

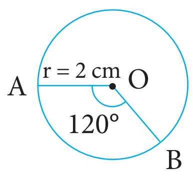
$$6r = 60$$

$r = 10$ cm olur. Çemberin yarıçap uzunluğu 10 cm'dir.

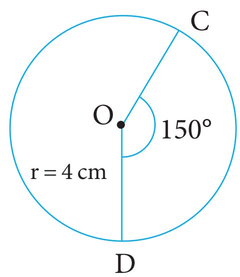
ALIŞTIRMALAR

Aşağıda merkez açılarının ölçüleri ve yarıçap uzunlukları verilen çemberlerin, merkez açılarının gördükleri yaylarının uzunluklarını bulununuz ($\pi = 3$ alınız)**.**

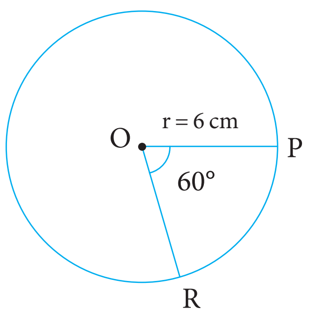
a.



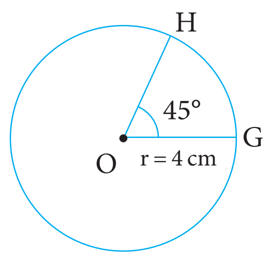
b.



c.

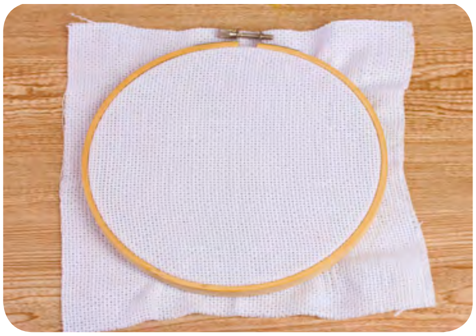


ç.



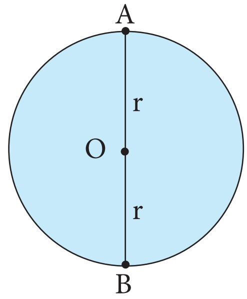
Daire ve Daire Diliminin Alanı

Yasemin Hanım, nakış işlemek için kumaşı yandaki resimdeki gibi nakış kasnağına takıyor. Nakış kasnağının iç bölgesinde kalan kumaşın oluşturduğu düzlemsel şekli inceleyiniz. Kullanılan kumaşın alanını nasıl hesaplayacağınızı araştırınız.



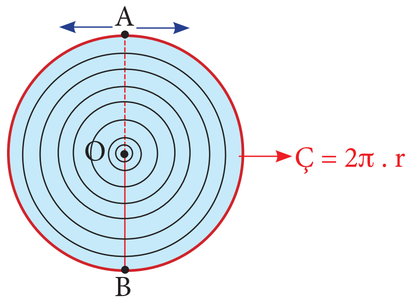
Örnek

Yandaki O merkezli r yarıçaplı dairenin alanını hesaplayalım.

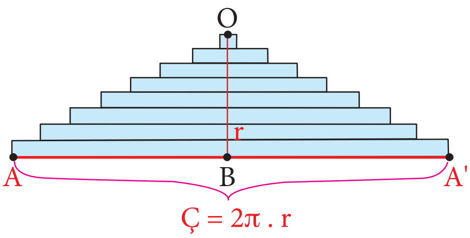


Çözüm

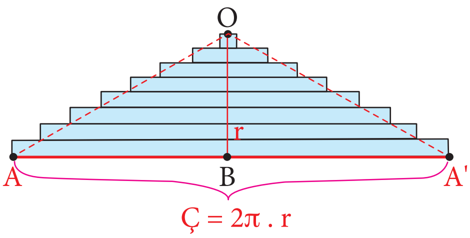
Dairenin iç bölgesinde kalacak şekilde iç içe çemberler çizelim. En dıştaki çemberin çevre uzunluğu; Ç = 2 . π . r'dir.



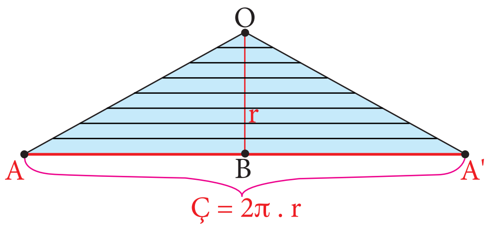
O ve A noktaları arasından daireyi keselim. Sağa ve sola doğru şeritler hâlinde açalım.



O noktası ile A ve A' noktalarını birleştiren birer doğru parçası çizelim. Oluşan OAA' üçgeninin alanı, yaklaşık olarak dairenin alanına eşittir.



OAA' üçgeninin alanı;



$$A(OAA') = \frac{\text{Taban kenarı . Yükseklik}}{2}$$

$$A(OAA') = \frac{{}^{1}\cancel{2} . \pi . r . r}{\cancel{2}_{1}}$$

$A(OAA') = \pi . r^2$ olur.

OAA' üçgeninin alanı ile O merkezli r yarıçaplı dairenin alanı eşit olduğu için

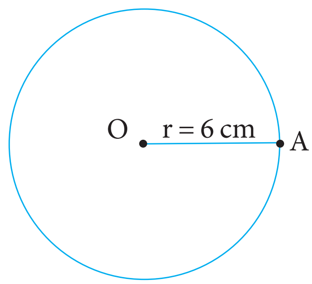
Dairenin Alanı = $\pi . r^2$ olur.

BİLGİ KUTUSU

O merkezli, r yarıçaplı dairenin alanı $\boldsymbol{\pi . r^2}$ formülü ile hesaplanır.

Örnek

Yarıçap uzunluğu 6 cm olan dairenin alanını hesaplayalım (π = 3,14 alalım).



Çözüm

D.A. = $\pi.r^2$

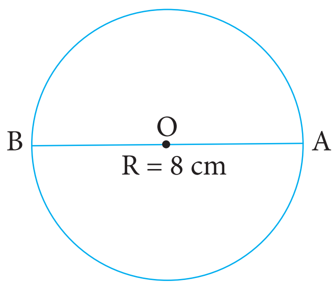
D.A. = 3,14 . 6^2

D.A. = 3,14 . 36

D.A. = 113,04 cm^2 olur.

Örnek

Çapının uzunluğu 8 cm olan dairenin alanını hesaplayalım (π = 3,14 alalım)**.**



Çözüm

Dairenin çap uzunluğu = R = 2r'dir. R = 8 cm ise r = 8 ÷ 2 = 4 cm olur. Buna göre dairenin alanı

D.A. = $\pi \,.\, r^2$

D.A. = $3{,}14 \,.\, 4^2$

D.A. = $3{,}14 \,.\, 16$

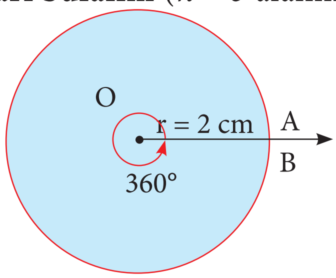
D.A. = $50{,}24$ cm^2 olur.

Örnek

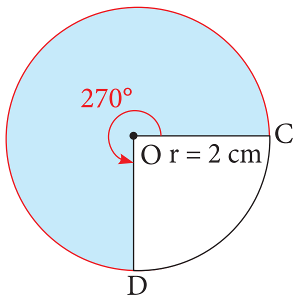
Aşağıdaki O merkezli dairelerin yarıçap uzunluğu 2 cm'dir.

Buna göre dairelerde, merkez açının iç bölgesi ile gördüğü yayın sınırladığı alanları bulalım ($\pi = 3$ alalım).

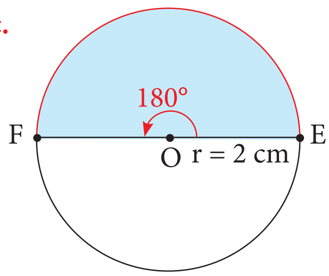
a.



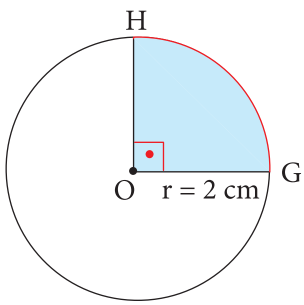
b.



c.



ç.



Çözüm

a. 360° lik merkez açının iç bölgesi ile gördüğü yayın sınırladığı alan dairenin tamamıdır. Dairenin alanını hesaplayalım. Yarıçap uzunluğu 3 cm olan dairenin alanı, D.A. = $\pi \,.\, r^2 = 3 \,.\, 2^2 = 3 \,.\, 4 = 12$ cm^2 olur.

b. 270° lik merkez açının iç bölgesi ile gördüğü yayın sınırladığı alan, daire dilimidir.

270° lik merkez açının, 360° lik merkez açıya oranı; $\dfrac{270^\circ}{360^\circ} = \dfrac{3}{4}$'tür.

Buna göre daire diliminin alanı, dairenin alanının $\dfrac{3}{4}$'üne eşittir.

Daire Diliminin Alanı $= 12 \cdot \dfrac{3}{4} = \dfrac{12 \cdot 3}{4} = 9$ cm^2 olur.

c. 180° lik merkez açının iç bölgesi ile gördüğü yayın sınırladığı alan, daire dilimidir.

180° lik merkez açının, 360° lik merkez açıya oranı; $\dfrac{180°}{360°} = \dfrac{1}{2}$'dir.

Buna göre daire diliminin alanı, dairenin alanının $\dfrac{1}{2}$'sine eşittir.

Daire Diliminin Alanı $= 12 \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{12 \cdot 1}{2} = 6\ \text{br}^2$ olur.

ç. 90° lik merkez açının iç bölgesi ile gördüğü yayın sınırladığı alan, daire dilimidir.

90° lik merkez açının, 360° lik merkez açıya oranı; $\dfrac{90°}{360°} = \dfrac{1}{4}$'tür.

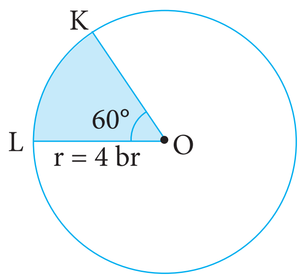
Buna göre daire diliminin alanı, dairenin alanının $\dfrac{1}{4}$'üne eşittir.

Daire Diliminin Alanı $= 12 \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{12 \cdot 1}{4} = 3\ \text{br}^2$ olur.

Örnek

Yandaki O merkezli çemberin yarıçap uzunluğu r = 4 br ve $m(\widehat{KOL}) = 60°$ dir.

Buna göre mavi boyalı daire diliminin alanını hesaplayalım ($\pi = 3$ alalım).



Çözüm

O merkezli dairenin alanı,

D.A. = $\pi . r^2 = 3 . 4^2 = 3 . 16 = 48\ \text{br}^2$ olur.

Orantı kullanarak daire diliminin alanını bulalım.

360° lik açıya karşılık gelen alan 48 br^2 ise

60° lik açıya karşılık gelen alan x br^2 olur.

D.O.

$$360 . x = 60 . 48$$

$$x = \frac{60 . 48}{360}$$

$x = 8\ \text{br}^2$ olur. Daire diliminin alanı 8 br^2 dir.

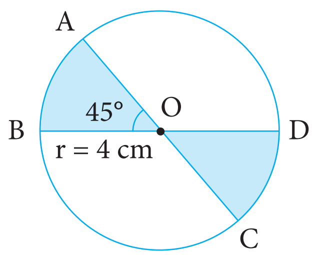
BİLGİ KUTUSU

Bir dairede, merkez açının iç bölgesi ile gördüğü yayın sınırladığı alana **daire dilimi** denir. O merkezli dairede, AOB merkez açısının gördüğü yay, $\overset{\frown}{AB}$ olsun. Daire diliminin alanı; $\dfrac{\textbf{Daire Diliminin Alanı}}{\textbf{Dairenin Alanı}} = \dfrac{\mathbf{m(\widehat{AOB})}}{\mathbf{360°}}$ orantısı ile bulunur.

Örnek

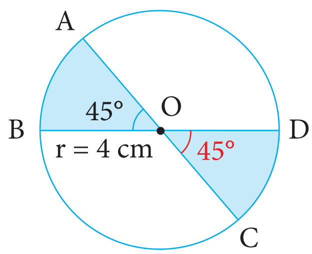
Yandaki O merkezli dairenin yarıçap uzunluğu r = 4 cm ve $m(\widehat{AOB}) = 45°$ dir.

Buna göre mavi boyalı alanların toplamını hesaplayalım ($\pi = 3$ alalım).



Çözüm

$\widehat{AOB}$ ile $\widehat{DOC}$ ters açılar olduğu için ölçüleri eşittir. Bu nedenle oluşturdukları daire dilimlerinin alanları da eşittir. O merkezli dairenin alanını bulalım.



D.A. = $\pi.r^2 = 3 \,.\, 4^2 = 3 \,.\, 16 = 48$ cm^2 olur.

$$\frac{D.D.A}{D.A} = \frac{m(\widehat{AOB})}{360°}$$

$$\frac{D.D.A}{48} = \frac{\cancel{45}^{1}}{\cancel{360}_{8}}$$

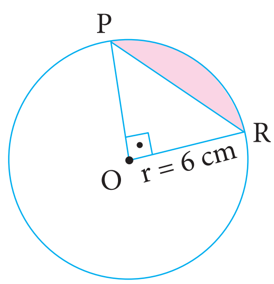
$$8.D.D.A = 48.1$$

$$D.D.A = 6 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Boyalı alanlar toplamı = 2 . D.D.A. = 2 . 6 =12 cm^2 olur.

Örnek

Yandaki şekilde verilenlere göre taralı alanın kaç cm^2 olduğunu bulalım ($\pi = 3$ alınız).



Çözüm

Taralı alanı bulmak için POR merkez açısının oluşturduğu daire diliminin alanından POR üçgeninin alanını çıkaralım.

D.A. = $\pi.r^2 = 3 \cdot 6^2 = 3 \cdot 36 = 108$ cm^2 olur. Daire diliminin alanını bulalım.

$$\frac{D.D.A}{D.A} = \frac{m(\widehat{POR})}{360°}$$

$$\frac{D.D.A}{108} = \frac{\cancel{90}^{1}}{\cancel{360}^{4}}$$

$$4.D.D.A = 108.1$$

$$D.D.A = 27 cm^2 \text{ olur.}$$

POR üçgeninin alanını bulalım.

$$A(\widehat{POR}) = \frac{6.6}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

Taralı alan = D.D.A. – $A(\widehat{POR})$

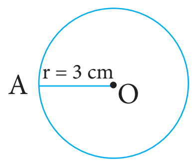
Taralı alan = 27 – 18

Taralı alan = 9 cm^2 olur.

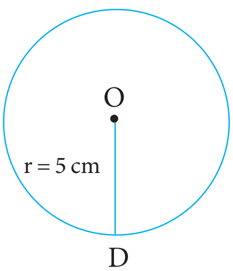
ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıda yarıçap uzunlukları verilen dairelerin alanlarını hesaplayınız.

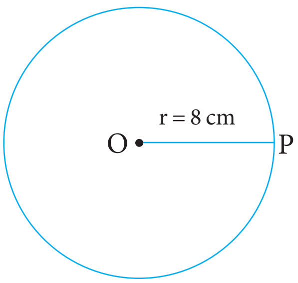
a.



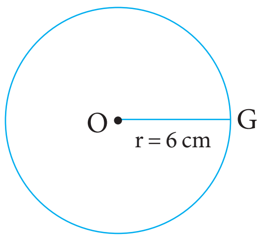
b.



c.

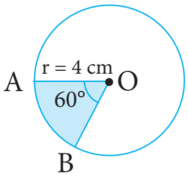


ç.

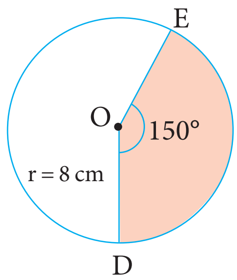


2. **Aşağıda merkez açılarının ölçüleri ve yarıçap uzunlukları verilen daire dilimlerinin alanlarını hesaplayınız** (π = 3 alınız).

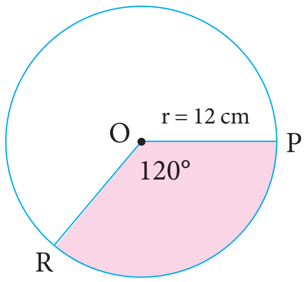
a.



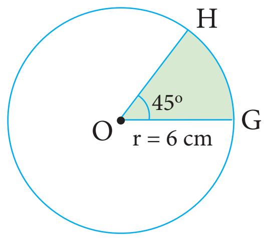
b.



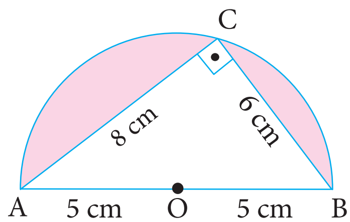
c.



ç.

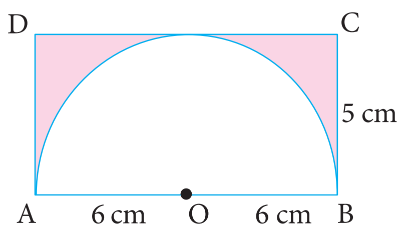


3. **Yandaki şekilde verilenlere göre taralı alanlar toplamı kaç cm^2 dir?** (π = 3 alınız)



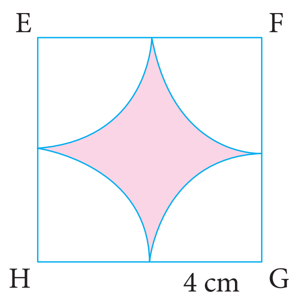
4. Yandaki şekilde ABCD dikdörtgeninin içine O merkezli yarım daire çizilmiştir.

Verilenlere göre taralı alanlar toplamı kaç cm^2 dir?
(π = 3 alınız)



5. Yandaki şekilde EFGH karesinin içine merkezleri karenin köşelerinde olacak şekilde daire dilimleri çizilmiştir.

Verilenlere göre taralı alanlar toplamı kaç cm^2 dir?
(π = 3 alınız)



5. ÜNİTE ÖZETİ

DOĞRULAR VE AÇILAR

- Bir açının ölçüsünü iki eşit parçaya bölen ışına, o açının **açıortayı** denir.
- Aynı düzlemde ortak noktası olmayan (kesişmeyen) doğrulara **paralel doğrular** denir. Doğruların paralelliği // sembolü ile gösterilir.
- Aynı düzlemde bir noktada kesişen doğrulara **noktadaş doğrular** denir.
- Aynı düzlemde üç doğrunun ikişer ikişer kesişmesi ile oluşan düzlemsel şekle **üçgen** denir.
- Aynı düzlemde, paralel olan ya da olmayan iki doğrunun her birini farklı birer noktada kesen üçüncü bir doğru varsa bu doğruya **kesen** denir.
- Paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu açılardan, paralel doğruların iç bölgesinde oluşan açılara **iç açılar** denir. İç açılardan, kesenin farklı tarafında olan ve komşu olmayan açılara **iç ters açılar** denir. İç ters açıların ölçüleri eşittir.
- Paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu açılardan, paralel doğruların dış bölgesinde oluşan açılara **dış açılar** denir. Dış açılardan, kesenin farklı tarafında olan ve komşu olmayan açılara **dış ters açılar** denir. Dış ters açıların ölçüleri eşittir.
- Paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu iki açıdan bir tanesi iç bölgede, bir tanesi dış bölgede ve kesenin farklı tarafında iseler bu açılara **yöndeş açılar** denir. Yöndeş açıların ölçüleri eşittir.

ÇOKGENLER

- Aynı düzlemde, doğrusal olmayan üç ya da daha fazla noktanın ikişer ikişer birleştirilmesi ile oluşan kapalı düzlemsel şekle **çokgen** denir.
- Kenar uzunlukları ve iç açılarının ölçüleri eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir.
- n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı, **$(n - 2) \cdot 180°$** dir.
- n kenarlı bir düzgün çokgenin, bir iç açısının ölçüsü $\dfrac{(n-2)\cdot 180°}{n}$ dir.
- Herhangi bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı **360°** dir.
- İki kenarı birbirine paralel olan dörtgene **yamuk** denir. Bir yamuğun, yan kenar uzunlukları eşit ise **ikizkenar yamuk**, yan kenarlarından bir tanesi tabanlara dik ise **dik yamuk** denir.
- Karşılıklı kenar uzunlukları eşit ve paralel olan dörtgene **paralelkenar** denir. Paralelkenar, yamuğun özle bir durumudur.
- Karşılıklı kenarları paralel ve tüm kenar uzunlukları birbirine eşit olan dörtgene **eşkenar dörtgen** denir. Eşkenar dörtgen, yamuk ve paralelkenarın özel bir durumudur.

- Karşılıklı kenar uzunlukları eşit ve dik olan dörtgene **dikdörtgen** denir. Dikdörtgen; yamuk, paralelkenar ve eşkenar dörtgenin özel bir durumudur.
- Bütün kenarları birbirine dik ve eşit uzunlukta olan dörtgene **kare** denir. Kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin özel bir durumudur.
- Yamuğun alanı; taban uzunlukları toplamının, yükseklik ile çarpımının yarısına eşittir.
- Eşkenar dörtgenin alanı, köşegen uzunluklarının çarpımının yarısına ya da bir kenar uzunluğu ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.
- Çevrelerinin uzunluklar eşit olan dikdörtgensel bölgelerden, kenar uzunlukları birbirine yakın veya eşit olan bölgenin alanı daha büyüktür.
- Birim kareler ile oluşturulan bir şeklin alanı n birimkare ise bu şeklin olası en büyük çevre uzunluğu **2n + 2** birimdir.

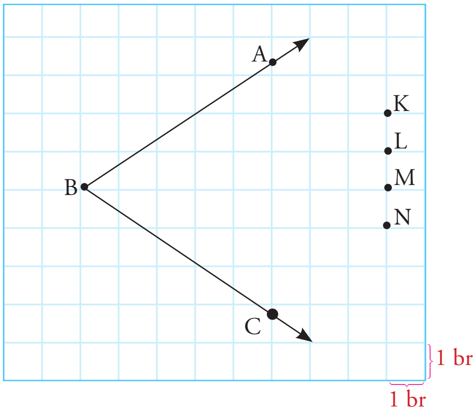
ÇEMBER VE DAİRE

- Köşesi, çemberin merkezinde olan açıya **merkez açı** denir. Merkez açının iç bölgesinde kalan çember parçasına (yaya) **merkez açının gördüğü yay** denir. Merkez açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.
- Çemberde AB yayının uzunluğu, $|\overset{\frown}{AB}|$ şeklinde gösterilir. Çemberin çevre uzunluğunu Ç ile gösterirsek, AB yayının uzunluğu; $\dfrac{|\overset{\frown}{AB}|}{Ç} = \dfrac{m(\widehat{AOB})}{360°}$ orantısı ile bulunur.
- O merkezli, r yarıçaplı dairenin alanı $\pi \cdot r^2$ formülü ile bulunur.
- Bir dairede, merkez açının iç bölgesi ile gördüğü yayın sınırladığı alana **daire dilimi** denir. O merkezli dairede, AOB merkez açısının gördüğü yay, AB yayı olsun. Daire diliminin alanı;

$$\frac{\textbf{Daire Diliminin Alanı}}{\textbf{Dairenin Alanı}} = \frac{m(\widehat{AOB})}{360°}$$ orantısı ile bulunur.

5.ÜNİTE
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME SORULARI

1.

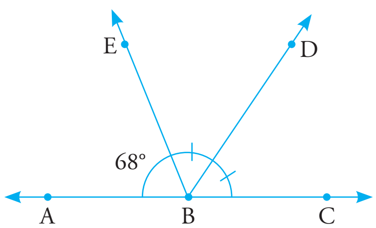


Yukarıdaki kareli kâğıtta çizilen ABC açısının açıortayı hangi noktadan geçer?

A) K B) L

C) M D) N

2. Aşağıdaki şekilde [BD, $\widehat{EBC}$ nın açıortayıdır.



m($\widehat{ABE}$) = 68° olduğuna göre m($\widehat{DBC}$) kaç derecedir?

A) 56 B) 112

C) 124 D) 142

3. “İki doğrunun kesişmesi ile oluşan karşılıklı açılara .... açılar denir.”

Yukarıdaki cümledeki boşluğa yazılabilecek kelime aşağıdakilerden hangisidir?

A) Yöndeş B) İç ters

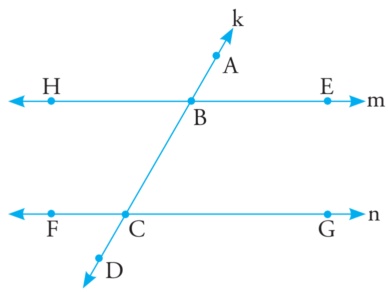
C) Dış ters D) Ters

4. **Aynı düzlemde üç doğru birbirine göre kaç farklı durumda bulunur?**

A) 1 B) 2

C) 3 D) 4

5.



Yukarıdaki şekilde k kesen, m//n olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

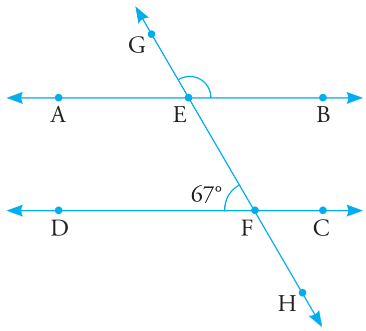
A) $\widehat{ABE}$ ile $\widehat{ACG}$ yöndeş açılardır.

B) $\widehat{HBD}$ ile $\widehat{GCA}$ iç ters açılardır.

C) $\widehat{ABH}$ ile $\widehat{FCD}$ dış ters açılardır.

D) $\widehat{DCG}$ ile $\widehat{GCA}$ bütünler açılardır.

6. Aşağıdaki şekilde AB//DC ve GH kesendir.

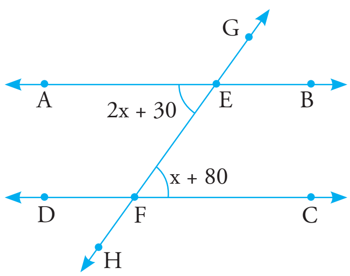


$m(\widehat{GFD}) = 67°$ olduğuna göre $m(\widehat{GEB})$ kaç derecedir?

A) 67 B) 113

C) 157 D) 167

7. Aşağıdaki şekilde AB//DC ve GH kesendir.



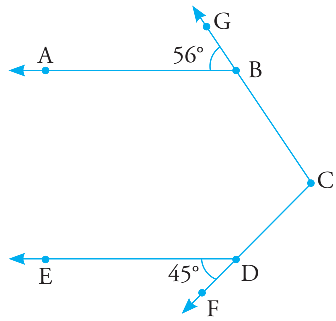
$m(\widehat{AEH}) = 2x + 30°$ ve $m(\widehat{GFC}) = x + 80°$ dir. **Buna göre $m(\widehat{AEH})$ kaç derecedir?**

A) 130 B) 110

C) 80 D) 50

HAYAT BOYU ÖĞRENME

8. Aşağıdaki şekilde AB//DE'dir.



$m(\widehat{ABG}) = 56°$ ve $m(\widehat{EDF}) = 45°$ olduğuna göre $m(\widehat{GCF})$ kaç derecedir?

A) 101 B) 110

C) 80 D) 50

9. I. Kare

II. Dik üçgen

III. Eşkenar üçgen

IV. Dikdörtgen

Yukarıdaki çokgenlerden kaç tanesi düzgün çokgendir?

A) 1 B) 2

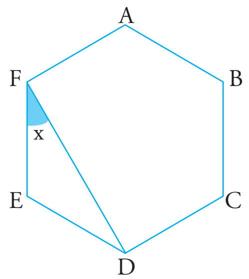
C) 3 D) 4

10. Bir çokgenin herhangi bir köşesindeki iç açısı ile dış aşısı toplamı kaç derecedir?

A) 90 B) 180

C) 270 D) 360

11. Aşağıdaki şekilde ABCDEF düzgün altıgendir.

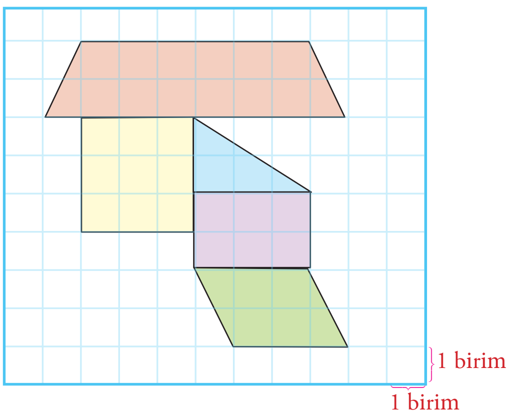


Buna göre $m(\widehat{EFD})$ kaç derecedir?

A) 60   B) 45

C) 30   D) 15

12.



Yukarıdaki kareli kâğıt üzerinde, çokgenlerden oluşturulan bileşik şeklin alanı kaç birimkaredir?

A) 18   B) 38

C) 28   D) 48

13. Yalnızca iki kenarı birbirine paralel olan dörtgen, aşağıdakilerden hangisidir?

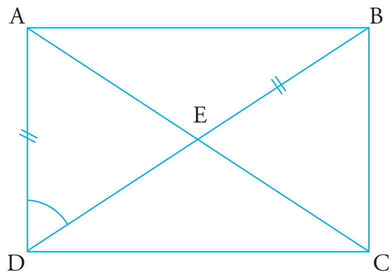
A) Yamuk

B) Kare

C) Eşkenar dörtgen

D) Paralelkenar

14. Aşağıdaki şekilde ABCD dikdörtgendir.

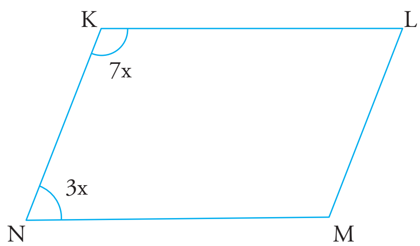


$|AD| = |BE|$ olduğuna göre $m(\widehat{ADB})$ kaç derecedir?

A) 15   B) 45

C) 30   D) 60

15. Aşağıdaki şekilde KLMN paralelkenar, $m(\widehat{K}) = 7x$ ve $m(\widehat{N}) = 3x$'tir.



Buna göre $m(\widehat{M})$ kaç derecedir?

A) 110   B) 120

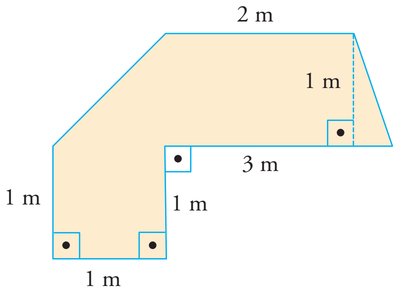
C) 126   D) 130

16. **Birimkareler ile oluşturulan bir şeklin alanı 24 birimkare olduğuna göre bu şeklin olası en büyük çevre uzunluğu kaç birimdir?**

A) 64 B) 50

C) 48 D) 40

17. Aşağıda bir ofisteki çalışma masasının üstten görünümü ve ölçüleri verilmiştir.

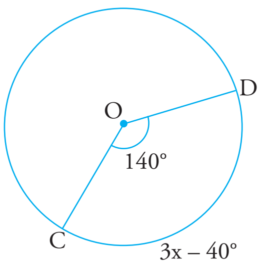


Buna göre masanın yüzey alanı kaç m^2 dir?

A) 2 B) 3

C) 4 D) 5

18.



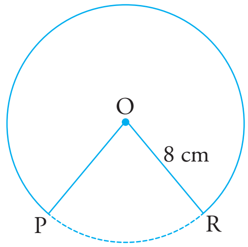
Yukarıdaki O merkezli çemberde, $m(\widehat{COD}) = 140°$ ve $m(\overparen{CD}) = 3x - 40°$

olduğuna göre x kaçtır?

A) 15 B) 30

C) 45 D) 60

19. Aşağıdaki O merkezli 8 cm yarıçaplı daireden 12 cm uzunluğundaki PR yayı kesilerek daire dilimi çıkartılıyor.



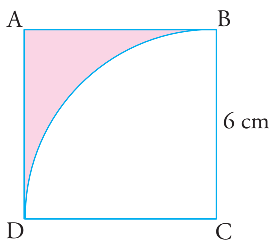
Buna göre çıkarılan daire diliminin merkez açısının ölçüsü kaç derecedir? (π = 3 alınız).

A) 90 B) 60

C) 45 D) 30

HAYAT BOYU ÖĞRENME

20. Aşağıdaki şekilde ABCD karesi ve C merkezli çeyrek daire dilimi verilmiştir.



Karenin bir kenar uzunluğu 6 cm olduğuna göre taralı alan kaç cm^2 dir?
(π = 3 alınız)

A) 36 B) 27

C) 18 D) 9

6. ÜNİTE

► VERİ İŞLEME

► GEOMETRİ VE ÖLÇME

ÜNİTE KONULARI

- ▶ VERİ ANALİZİ
- ▶ CİSİMLERİN FARKLI YÖNLERDEN GÖRÜNÜMLERİ

6. ÜNİTE

• VERİ İŞLEME
• GEOMETRİ VE ÖLÇME

NELER ÖĞRENECEĞİZ ?

Bu ünitenin birinci bölümünü tamamladığınızda;

- Verilere ilişkin çizgi grafiği oluşturup yorumlamayı,
- Bir veri grubuna ait ortalama, ortanca ve tepe değeri bulup yorumlamayı,
- Bir veri grubuna ilişkin daire grafiğini oluşturup yorumlamayı,
- Verileri sütun, daire veya çizgi grafiği ile göstererek bu gösterimler arasında uygun olan dönüşümleri yapmayı öğreneceksiniz.

Bu ünitenin ikinci bölümünü tamamladığınızda;

- Üç boyutlu cisimlerin farklı yönlerden iki boyutlu görünümlerini çizmeyi,
- Farklı yönlerden görünümlerine ilişkin çizimleri verilen yapıları oluşturmayı öğreneceksiniz.

ANAHTAR KAVRAMLAR

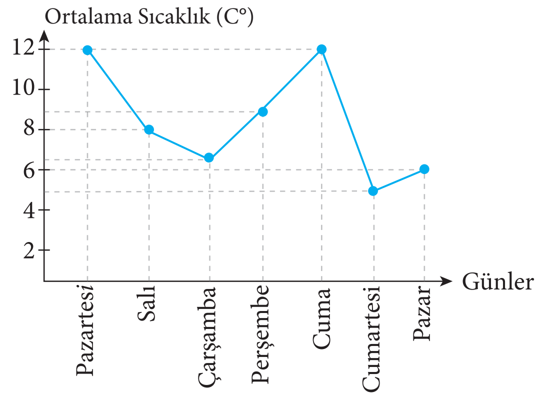
- çizgi grafiği
- daire grafiği
- ortanca (medyan)
- tepe değer (mod)

VERİ ANALİZİ

Çizgi Grafiği

Yanda bir ilin, bir haftalık ortalama sıcaklık değerlerini gösteren grafik verilmiştir.

Sıcaklığın günlere göre değişimini yorumlarken, grafiğin nasıl bir kolaylık sağladığını açıklayınız.



Grafik: Bir İldeki Sıcaklık Değişimi

Örnek

Bir otomobilin belli bir zaman aralığında aldığı yolu gösteren sıklık tablosu yanda verilmiştir.

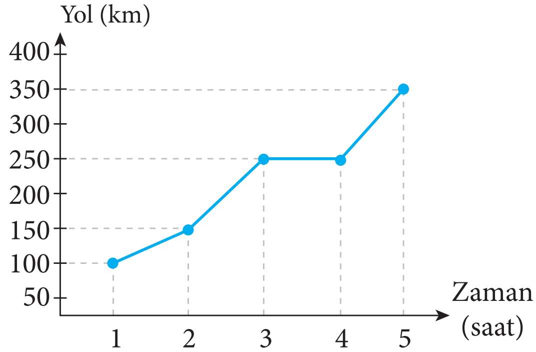
Bu tablodaki verileri kullanarak, otomobilin aldığı yolun zamana göre değişimini gösteren grafiği çizelim. Çizdiğimiz grafiği yorumlayalım.

Zaman (saat)	Yol (km)
1	100
2	150
3	250
4	250
5	350

Tablo: Bir Otomobilin Zamana Göre Aldığı Yol

Çözüm

Grafiği çizmek için önce yatay ve dikey eksenleri çizelim. Yatay eksen üzerinde zamanı, dikey eksen üzerinde alınan yolu gösterelim. Alınan yol ile zamanın kesiştiği noktaları işaretleyelim. İşaretlediğimiz ilk noktadan başlayarak ardışık noktaları birleştirerek çizgi grafiğini oluşturalım.



Grafik: Bir Otomobilin Zamana Göre Aldığı Yol

Grafiğe göre;

- 1. saatin sonunda alınan yol 100 km, 2. saatin sonunda alınan yol 150 km, 3. saatin sonunda alınan yol 250 km, 4. saatin sonunda alınan yol 250 km ve 5. saatin sonunda alınan yol 350 km'dir.
- 1 ve 2. saatler arasında alınan yol; 150 – 100 = 50 km,
  2 ve 3. saatler arasında alınan yol; 250 – 150 = 100 km,
  3 ve 4. saatler arasında alınan yol; 250 – 250 = 0 km,
  4 ve 5. saatler arasında alınan yol; 350 – 250 = 100 km'dir.
- 3 ve 4. saatler arasında alınan yol 0 km olduğu için aracın bu saateler arasında mola verdiği düşünülebilir.
- 2 ve 3. saatler arasında alınan yol ile 4 ve 5. saatler arasında alınan yol eşittir.
- En az yol alınan zaman aralığı 1 ve 2. saatler arasındadır.
- Aracın, 5 saatin sonunda aldığı toplam yol 350 km'dir.
- Aracın toplam hareket süresi 5 saattir.

BİLGİ KUTUSU

Bir araştırma sonucunda toplanan verilerin, yatay ve dikey eksendeki değerleri işaretlenerek bulunan noktaların birleştirilmesi ile oluşan grafiğe **çizgi grafiği** denir.

Çizgi grafiği veriler arasındaki değişimi (artış veya azalış) göstermek için kullanılır. Çizgi grafiklerini okumak için grafik üzerinde bir nokta belirlenir. Bu noktanın yatay ve dikey eksenlerdeki değerleri ve bu değerler arasındaki ilişki yorumlanır.

Örnek

Bir fabrikadaki çamaşır ve bulaşık makinesi üretiminin yıllara göre dağılımı yandaki sıklık tablosunda verilmiştir.

Bu tablodaki verileri kullanarak çamaşır ve bulaşık makinesi üretiminin yıllara göre dağılımı gösteren grafiği çizelim. Çizdiğimiz grafiği yorumlayalım.

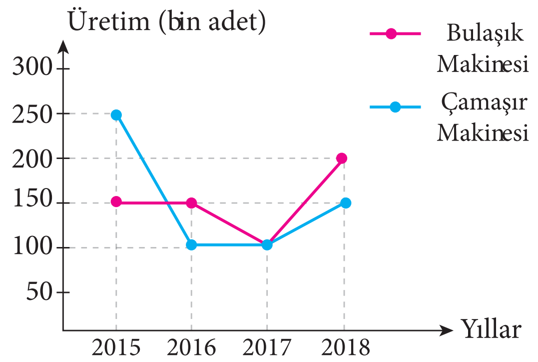
Yıllar	Çamaşır Makinesi Sayısı (bin adet)	Bulaşık Makinesi Sayısı (bin adet)
2015	250	150
2016	100	150
2017	100	100
2018	150	200

Tablo: Bir Fabrikadaki Bulaşık ve Çamaşır Makinesi Üretimi

Çözüm

Tablodaki verileri kullanarak oluşturduğumuz yandaki çizgi grafiğine göre;

- 2015 yılında çamaşır makinesi üretimi daha fazladır.
- 2016 yılında bulaşık makinesi üretimi daha fazladır.
- 2017 yılında çamaşır ve bulaşık makinesi üretimleri eşittir.
- 2018 yılında bulaşık makinesi üretimi daha fazladır.



Grafik: Bir Fabrikadaki Bulaşık ve Çamaşır Makinesi Üretimi

- 4 yıllık toplam çamaşır makinesi üretimi = 250 + 100 + 100 + 150 = 600 bin adettir.

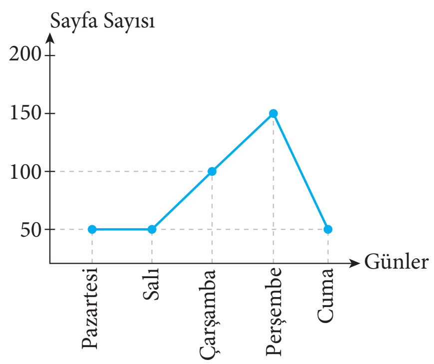
  4 yıllık toplam bulaşık makinesi üretimi = 150 + 150 + 100 + 200 = 600 bin adettir. Buna göre 4 yılda üretilen toplam makine sayıları eşittir.
- Bulaşık makinesinin en az üretildiği yıl 2017, en çok üretildiği yıl 2018'dir. Çamaşır makinesinin en az üretildiği yıllar 2016 ve 2017, en çok üretildiği yıl 2015'tir.
- 4 yıllık toplam çamaşır makinesi üretimi = 250 + 100 + 100 + 150 = 600 bin adettir.

  4 yıllık toplam bulaşık makinesi üretimi = 150 + 150 + 100 + 200 = 600 bin adettir.

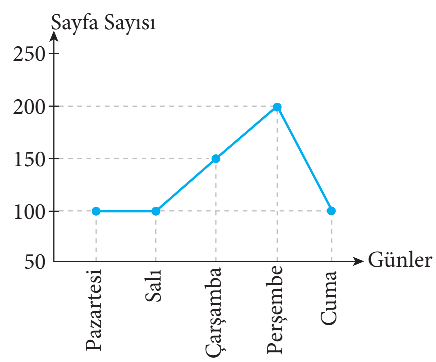
Örnek

Dilek 300 sayfalık romanı beş günde okuyor. Dilek'in okuduğu romanın günlere göre sayfa sayılarını gösteren iki farklı çizgi grafiği aşağıda verilmiştir.

Buna göre verilen grafikleri karşılaştıralım.



Grafik 1: Günlere Göre Okunan Sayfa Sayısı



Grafik 2: Günlere Göre Okunan Sayfa Sayısı

Çözüm

Verilen grafikler incelendiğinde Grafik 2'de Dilek'in pazartesi günü kitap okumadığı anlaşılır. Oysa Grafik 1'e göre Dilek pazartesi günü 50 sayfa kitap okumuştur. Grafik 2'nin böyle yorumlanmasının nedeni dikey eksenin 50'den başlamasıdır.

Çizgi grafikleri hazırlanırken dikey eksenin başlangıç noktasının sıfır alınması gerekir.

ALIŞTIRMALAR

1. Meteoroloji Genel Müdürlüğünün verilerine göre İzmir ili için 24/12/2018 Pazartesi'den itibaren 5 günlük tahmin edilen en düşük ve en yüksek sıcaklık değerlerini gösteren sıklık tablosu yanda verilmiştir.

Bu tablodaki verileri kullanarak, İzmir'deki sıcaklık değişimini zamana göre gösteren grafiği aşağıdaki boşluğa çiziniz. Çizdiğiniz grafiği yorumlayınız.

Zaman (gün)	En Düşük Sıcaklık (C°)	En Yüksek Sıcaklık (C°)
Pazartesi	8	15
Salı	10	13
Çarşamba	3	7
Perşembe	1	9
Cuma	1	10

Tablo: İzmir'de 5 Günlük Sıcaklık Değerleri

2. Ayşe'nin beş günde çözdüğü soru sayılarının günlere göre dağılımı yandaki grafikte veriliştir.

Verilen grafiğe göre Ayşe'nin;

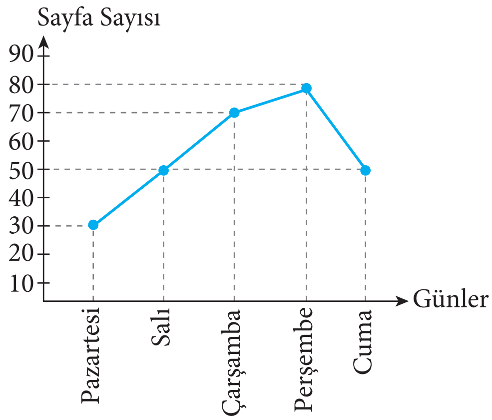
a. En çok soru çözdüğü günü,

b. En az soru çözdüğü günü,

c. Toplam kaç soru çözdüğünü,

ç. Perşembe ve cuma günleri çözdüğü soru sayıları arasındaki farkı,

d. Aynı miktarda soru çözdüğü günleri bulunuz.



Grafik: Günlere Göre Çözülen Soru Sayısı

Ortalama, Ortanca ve Tepe Değer

Bir mağaza yöneticisi mağazaya gelen müşterilerin zaman dilimlerine göre dağılımını not ederek aşağıdaki sıklık tablosunu oluşturuyor.

	10.00-11.00 arası	11.00-12.00 arası	12.00-13.00 arası	13.00-14.00 arası	14.00-15.00 arası	15.00-16.00 arası	16.00-17.00 arası	17.00-18.00 arası
Müşteri sayısı	12	15	25	24	24	18	21	24

Tablo: Bir Mağazaya Gelen Müşterileri Sayısının Zamana Göre Dağılımı

Mağaza yöneticisi bu tablodaki verileri kullanarak;

a. Verilerin aritmetik ortalamasını,

b. Verilerde en çok tekrar eden sayıyı,

c. Verileri küçükten büyüğe doğru sıralayarak ortada olan sayı buluyor.

Mağaza yöneticisinin bulduğu bu sonuçlardan hangisi bir günlük ortalama müşteri sayısı bulmak için daha kullanışlıdır? Bu sonuçlar, mağazanın satış planlamasını yapmak için nasıl kullanılabilir? Araştırınız.

Örnek

Bir resim sergisini, bir hafta boyunca ziyaret eden kişi sayısını gösteren sıklık tablosu aşağıda verilmiştir.

	1. Gün	2. Gün	3. Gün	4. Gün	5. Gün	6. Gün	7. Gün
Ziyaretçi sayısı	26	20	20	21	19	20	21

Tablo: Günlük Ziyaretçi Sayısı

Tablodaki verileri kullanarak;

a. Sergiyi bir hafta boyunca ziyaret eden ortalama kişi sayısını,

b. Günlük ziyaretçi sayılarından en çok tekrar eden sayıyı,

c. Ziyaretçi sayıları küçükten büyüğe sıralandığında ortadaki sayıyı,

ç. 8. gün 22 kişinin daha sergiyi ziyaret edeceğini varsayarak, ziyaretçi sayılarını küçükten büyüğe doğru sıraladığımızda ortada kalan sayıyı bulalım.

Çözüm

a. Sergiyi bir hafta boyunca ziyaret eden ortalama kişi sayısını (aritmetik ortalamayı) bulmak için ziyaretçi sayılarını toplayıp 7'ye bölelim.

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{26+20+20+21+19+20+21}{7} = \frac{147}{7} = 21 \text{ olur.}$$

BİLGİ KUTUSU

Bir veri grubunda, verilerin toplamının veri sayısına bölümüne **aritmetik ortalama** denir.

b. Günlük ziyaretçi sayılarının kaçar kez tekrar ettiğini bir tablo ile gösterelim.

Ziyaretçi sayısı	19	20	21	26
Tekrar sayısı	1	3	2	1

Tablo: Ziyaretçi Sayıları

Tabloyu incelediğimizde en çok tekrar eden sayının 20 olduğunu görürüz.

BİLGİ KUTUSU

Bir veri grubunda, en çok tekrar eden sayıya **tepe değer** ya da **mod** denir. Bir veri grubunda birden fazla tepe değer olabilir. Eğer veri grubunda tekrar eden sayı yoksa grubun tepe değeri yoktur. Veri grubunun en belirgin özelliği tespit edilmek isteniyorsa tepe değer kullanılır.

c. Ziyaretçi sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

19 , 20 , 20 , 20 , 21 , 21 , 26

Ortadaki sayı 20 olur.

ç. 8. gün 22 kişinin daha sergiyi ziyaret edeceğini varsayarak ziyaretçi sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

19 , 20 , 20 , $\boxed{20 , 21}$, 21 , 22 , 26

Ortadaki sayı iki tane olduğu için bu sayıların aritmetik ortalamasını alalım.

$$\text{Buna göre ortadaki sayı} = \frac{20+21}{2} = \frac{41}{2} = 20{,}5 \text{ olur.}$$

BİLGİ KUTUSU

Bir veri grubundaki veriler küçükten büyüğe doğru sıralandığında ortadaki sayıya **ortanca** ya da **medyan** denir.

Veri grubundaki veri sayısı tek ise ortanca en ortadaki sayı, veri sayısı çift ise ortanca ortadaki iki sayının toplamının yarısına eşittir. Bir veri grubunun ortanca değeri bu veri grubunda bulunmayabilir.

Örnek

Bir markette satılan 1,5 litrelik şişelerdeki iki farklı marka suyun, bir haftalık satış miktarını gösteren sıklık tablosu aşağıda verilmiştir.

	1. Gün	2. Gün	3. Gün	4. Gün	5. Gün	6. Gün	7. Gün
A Markası	45	48	47	44	44	41	46
B Markası	30	19	33	20	72	74	74

Tablo: Bir Markette Satılan Su Miktarları

Tablodaki verileri kullanarak her iki marka için ortalama, ortanca ve tepe değeri bulalım. Satış oranlarını yorumlamak için hangi değerin daha kullanışlı olacağını belirleyelim.

Çözüm

<u>A Markası</u>

Aritmetik ortalama $= \dfrac{45 + 48 + 47 + 44 + 44 + 41 + 46}{7} = \dfrac{315}{7} = 45$ olur.

Verileri küçükten büyüğe doğru sıralayarak ortancayı bulalım.

$$41 , 44 , 44 , 45, 46 , 47, 48$$

Ortanca 45 olur.

En çok tekrar eden değer 44 olduğu için tepe değer = 44 olur.

A markası için aritmetik ortalama, ortanca ve tepe değer birbirine yakın olduğu için satış ile ilgili yapılacak yorumlarda üç bilgi de kullanılabilir.

B Markası

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{30 + 19 + 33 + 20 + 72 + 74 + 74}{7} = \frac{322}{7} = 46 \text{ olur.}$$

Verileri küçükten büyüğe doğru sıralayarak ortancayı bulalım.

19 , 20 , 30, 33, 72, 74, 74

Ortanca 33 olur.

En çok tekrar eden değer 74 olduğu için tepe değer 74 olur.

B markası için aritmetik ortalama ve ortanca ile tepe değer arasındaki fark fazla olduğu için satış ile ilgili yapılacak yorumlarda tepe değer uygun bir veri değildir.

Örnek

Aşağıdaki veriler, bir okuldaki iki sınıfın matematik dersi birinci yazılı sınav sonuçlarını göstermektedir.

7A Sınıfı: 69, 58, 62, 75, 63, 67, 85, 69, 70, 67, 70, 64, 70, 75, 62, 78, 85, 86, 95, 70

7B Sınıfı: 10, 80, 10, 55, 75, 80, 75, 100, 80, 15, 80, 90, 81, 84, 85, 85, 95, 85, 70, 95

Bu verilere göre matematik dersi birinci yazılı sınavda hangi sınıfın daha başarılı olduğunu bulalım.

Çözüm

7A Sınıfı

$$\text{Ortalama} = \frac{69 + 58 + 62 + 75 + 63 + 67 + 85 + 69 + 70 + 67 + 70 + 64 + 70 + 75 + 62 + 78 + 85 + 86 + 95 + 70}{21}$$

$$= \frac{1440}{20} = 72 \text{ olur.}$$

Notları küçükten büyüğe doğru sıralayarak ortancayı bulalım.

58, 62, 62, 63, 64, 67, 67, 69, 69, $\boxed{70, 70,}$ 70, 70, 75, 75, 78, 85, 85, 86, 95

$$\text{Ortanca} = \frac{70 + 70}{2} = 70 \text{ olur.}$$

En çok tekrar eden not 70 olduğu için tepe değer = 70 olur.

7A sınıfı birinci yazılı sınav sonuçlarını kullanarak bulduğumuz aritmetik ortalama, ortanca ve tepe değer birbirine yakın olduğu için sınıfın başarı durumunu yorumlamada üçü de kullanılabilir.

7B Sınıfı

$$\text{Ortalama} = \frac{10+80+10+55+75+80+75+100+80+15+80+90+81+84+85+85+95+85+70+95}{20}$$
$$= \frac{1430}{20} = 71,5 \text{ olur.}$$

Verileri küçükten büyüğe doğru sıralayarak ortancayı bulalım.

10, 10, 15, 55, 70, 75, 75, 80, 80, $\boxed{80, 80,}$ 81, 84, 85, 85, 85, 90, 95, 95, 100

$$\text{Ortanca} = \frac{80+80}{2} = 80 \text{ olur.}$$

En çok tekrar eden not 80 olduğu için tepe değer = 80 olur.

7B sınıfı birinci yazılı sınav sonuçlarını kullanarak bulduğumuz aritmetik ortalama ile ortanca ve tepe değer arasındaki fark fazladır. Aritmetik ortalama uç değerlerden etkilendiği için 7B sınıfının başarısını yorumlamak için uygun bir veri değildir.

Aritmetik ortalamaya göre 7A ve 7B sınıflarını karşılaştırdığımızda 7A sınıfı daha başarılı görünmektedir fakat 7B sınıfında üç öğrencinin sınav sonucu çok düşük olmasına rağmen diğer öğrencilerin sonuçları 7A sınıfı öğrencilerinin sonuçlarından daha yüksektir. Bu nedenle 7B sınıfının en düşük üç sonucunu çıkararak aritmetik ortalamayı tekrar hesaplayalım. Buna göre

$$\text{Ortalama} = \frac{55+70+75+75+80+80+80+80+81+84+85+85+85+90+95+95+100}{17}$$
$$= \frac{1395}{17} \cong 82,1 \text{ olur.}$$

Bu durumda bu iki sınıfın başarı karşılaştırmasını yaparken uç değerlerden etkilenmeyen ortancayı kullanmak daha uyun olur. 7A sınıfı için ortanca 70, 7B sınıfı için ortanca 80 olduğuna göre matematik dersi birinci yazılı sınavda 7B sınıfı daha başarılıdır.

ALIŞTIRMALAR

1. Bir hastanenin acil servisine bir hafta boyunca gelen hastalardan serum takılanların sayısını gösteren sıklık tablosu aşağıda verilmiştir.

	1. Gün	2. Gün	3. Gün	4. Gün	5. Gün	6. Gün	7. Gün
Hasta sayısı	25	32	18	25	12	40	46

Tablo: Serum Takılan Hasta Sayısı

Tablodaki verileri kullanarak aritmetik ortalama, ortanca ve tepe değeri bulunuz. Hasta yoğunluğunu yorumlayarak hangi değerin daha kullanışlı olacağını belirleyiniz.

2. Bir araştırma sonucunda elde edilen veriler aşağıdaki gibidir.

2, 12, 15, 13, 4, 4, 4, 50, 4

Bu verilere ait aritmetik ortalama, ortanca ve tepe değeri bulunuz. Verileri yorumlamak için hangi değerin daha uygun olacağını belirleyiniz.

3. 6, 6, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 12, 15

Yukarıdaki veri grubunun ortancası tepe değerinden kaç fazladır?

4. Aşağıdaki sıklık tablosunda bir ilkokuldaki öğrencilerin yaşlarına göre dağılımları verilmiştir.

Yaş	6	7	8	9	10	11	12
Öğrenci sayısı	12	18	16	19	18	21	17

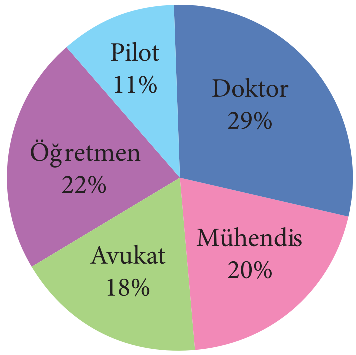
Tablo: Öğrencilerin Yaşlarına Göre Dağılımı

Tabloya göre öğrencilerin yaşlarından oluşan veri grubunun tepe değeri kaçtır?

Daire Grafiği

Yandaki grafikte bir lisenin son sınıf öğrencileri arasında yapılan araştırma sonucunda öğrencilerin hangi mesleği seçmek istediklerini gösteren grafik verilmiştir.

Bu grafik türünün özelliklerini araştırınız.



Grafik: Öğrencilerin Meslek Tercihleri

Örnek

Bir çiftçinin tarlasında yetiştirdiği ürünlerin miktarını gösteren sıklık tablosu yanda verilmiştir.

Tablodaki verileri kullanarak çiftçinin yetiştirdiği ürünlerin dağılımını, bir daireyi dilimlerine ayırarak gösterelim.

Ürün	Miktar (ton)
Arpa	7
Buğday	10
Yulaf	4
Mercimek	6
Nohut	3

Tablo: Yetiştirilen Ürün Miktarı

Çözüm

Tablodaki bilgileri kullanarak çiftçinin yetiştirdiği toplam ürün miktarını bulalım.

Toplam ürün miktarı = 7 + 10 + 4 + 6 + 3 = 30 ton olur.

Daire grafiğini oluşturmak için bir ton ürüne karşılık gelen daire dilimini yani merkez açının ölçüsünü bulalım. Bunun için 360° yi, 30’a bölelim.

360 ÷ 30 = 12° olur.

Bir ton ürüne karşılık gelen merkez açının ölçüsü 12° dir. Buna göre her bir ürüne karşılık gelen daire dilimlerinin merkez açı ölçülerini bulalım.

Arpa miktarına karşılık gelen daire diliminin merkez açısının ölçüsü; 7 . 12 = 84°,

Buğday miktarına karşılık gelen daire diliminin merkez açısının ölçüsü; 10 . 12 = 120°,

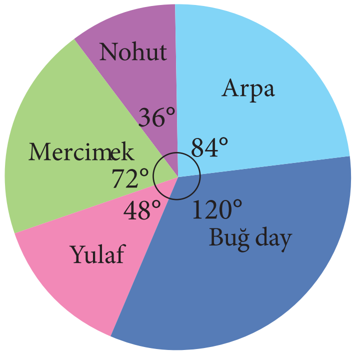
Yulaf miktarına karşılık gelen daire diliminin merkez açısının ölçüsü; 4 . 12 = 48°,

Mercimek miktarına karşılık gelen daire diliminin merkez açısının ölçüsü; 6 . 12 = 72°,

Nohut miktarına karşılık gelen daire diliminin merkez açısının ölçüsü; 3 . 12 = 36° olur.

Daire grafiğini incelediğimizde;

- En çok üretilen ürünün buğday,
- En az üretilen ürünün nohut olduğu görülür.



Grafik: Yetiştirilen Ürün Miktarı

BİLGİ KUTUSU

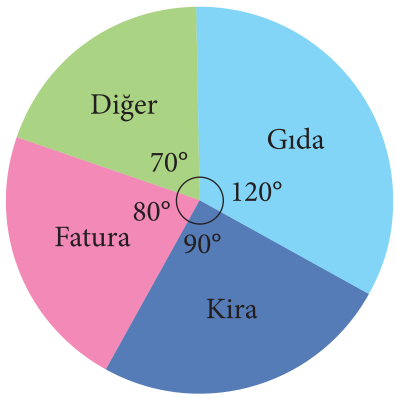
Bir araştırma sonucunda elde edilen verilerin bir dairenin dilimlere ayrılarak gösterilmesine **daire grafiği** denir.

Daire grafiği genellikle bir bütünün parçalarına ait verilerin olduğu durumlarda kullanılan bir grafik türüdür.

Örnek

Bir ailenin aylık giderlerini gösteren daire grafiği yanda verilmiştir. Bu ailenin aylık toplam geliri 2520 liradır.

Buna göre ailenin kira, fatura, gıda ve diğer giderler için kaçar lira harcadığını bulalım.



Grafik: Bir Ailenin Aylık Giderleri

Çözüm

Ailenin aylık gelirini 360° ye bölerek 1° lik daire dilimine karşılık gelen harcama miktarını bulalım.

2520 ÷ 360 = 7 lira, 1° lik daire dilimine karşılık gelen harcama miktarı olur. Ailenin her bir gideri için kaç lira harcadığını bulmak için daire dilimindeki merkez açının ölçüsü ile 7'yi çarpalım.

Buna göre ailenin;

120 . 7 = 840 lira gıda gideri,

90 . 7 = 630 lira kira gideri,

80 . 7 = 560 lira fatura gideri,

70 . 7 = 490 lira diğer gideri vardır.

ALIŞTIRMALAR

1. Bir çiçek serasındaki çiçek türlerini ve sayısını gösteren sıklık tablosu yanda verilmiştir.

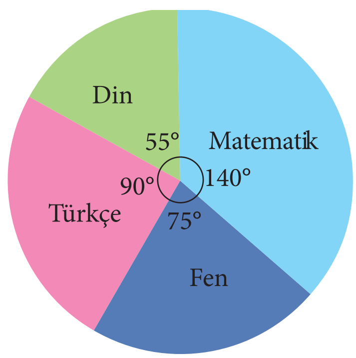
   Tablodaki verileri kullanarak aşağıdaki boşluğa bir daire grafiği çiziniz. Grafiği yorumlayınız.

Çiçek	Sayı
Gül	7
Lale	10
Karanfil	4
Zambak	6

Tablo: Seradaki Çiçeklerin Sayısı

2. Erdem'in bir haftada çözdüğü soru sayılarının derslere göre dağılımını gösteren daire grafiği yanda verilmiştir.

   Erdem bir haftada toplam 720 soru çözdüğüne göre her bir dersten kaçar soru çözdüğünü bulunuz.



Grafik: Yetiştirilen Ürün Miktarı

Verileri Uygun Grafiklerle Gösterme

DÜŞÜNELİM

Bir araştırma sonucunda elde edilen verileri sütun, çizgi ve daire grafiklerinden hangisi ile göstermek daha uygun olur? Araştırınız.

Örnek

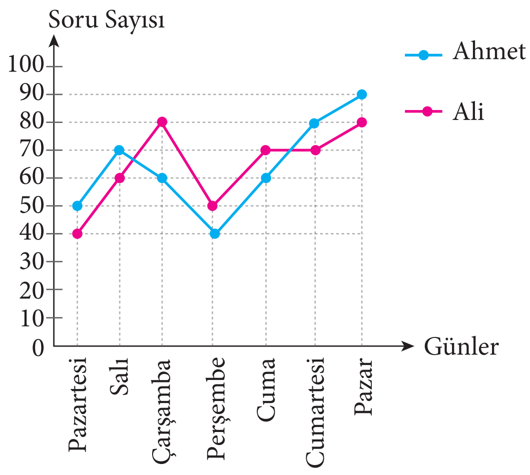
Ahmet ve Ali'nin bir haftada çözdüğü soru sayısını gösteren sıklık tablosu yanda verilmiştir.

Bu tablodaki verileri uygun grafik ile gösterelim.

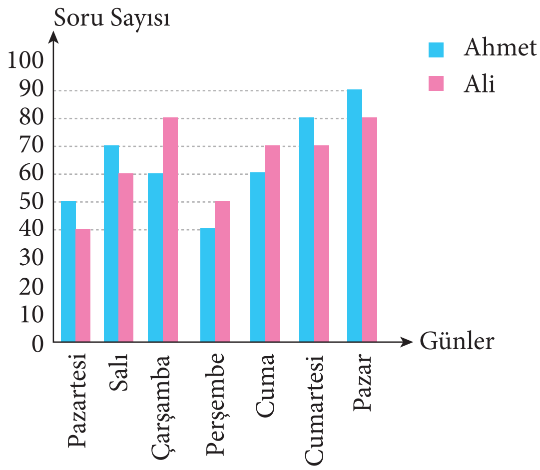
Günler	Ahmet	Ali
Pazartesi	50	40
Salı	70	60
Çarşamba	60	80
Perşembe	40	50
Cuma	60	70
Cumartesi	80	70
Pazar	90	80

Tablo: Bir Haftada Çözülen Soru Sayısı

Çözüm



Grafik 1: Bir Haftada Çözülen Soru Sayısı



Grafik 2: Bir Haftada Çözülen Soru Sayısı

Grafik 1'i incelediğimizde Ahmet ve Ali'nin çözdüğü soruların günlere göre artış veya azalışını göstermek için en uygun grafik türünün çizgi grafiği olduğunu görürüz.

Grafik 2'yi incelediğimizde Ahmet ve Ali'nin çözdüğü soru sayısının günlere göre karşılaştırmasını yapmak için en uygun grafik türünün sütun grafiği olduğunu görürüz.

Örnek

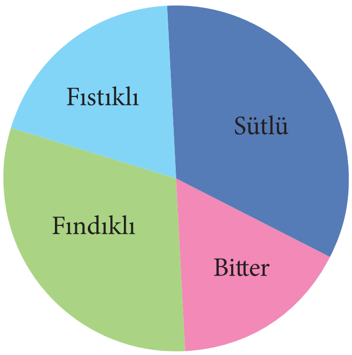
Bir markette satılan çikolataların türlerine göre satış miktarlarını gösteren sıklık tablosu yanda verilmiştir.

Bu tablodaki verileri uygun grafik ile gösterelim.

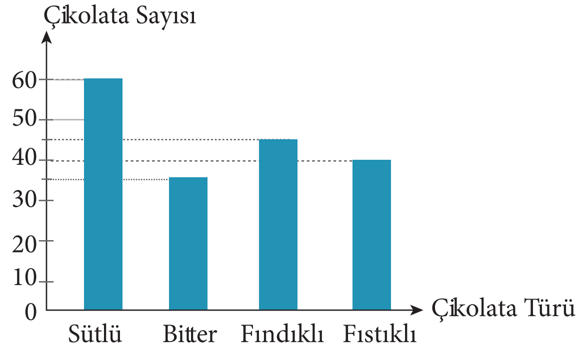
Tür	Adet
Sütlü	60
Bitter	35
Fındıklı	45
Fıstıklı	40

Tablo: Türüne Göre Satılan Çikolata Miktarı

Çözüm



Grafik 1: Türüne Göre Satılan Çikolata Miktarı



Grafik 2: Türüne Göre Satılan Çikolata Miktarı

Grafik 1'i incelediğimizde çikolataların toplam satış miktarı içindeki yerini yorumlamak için daire grafiğinin daha uygun bir grafik olduğunu görürüz.

Grafik 2'yi incelediğimizde çikolataların türlerine göre satış miktarlarını karşılaştırmak için sütun grafiğini daha uygun bir grafik olduğunu görürüz.

BİLGİ KUTUSU

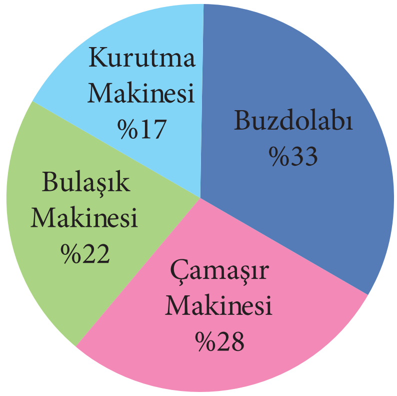
Bir araştırma sonucunda elde edilen verilerin;

- Belli bir zaman aralığındaki değişimini (artma veya azalma) yorumlamak için çizgi grafiği,
- Ait olduğu bütün içindeki yerini yorumlamak için daire grafiği,
- Diğer değişkenlerle karşılaştırmalı yorumlaması için sütun grafiği daha uygun bir grafiktir.

Örnek

Bir fabrikada bir yılda üretilen beyaz eşya miktarlarını gösteren daire grafiği yanda verilmiştir. Bu fabrikada bir yılda toplam 5400000 adet beyaz eşya üretilmiştir.

Bu verilere uygun sütun grafiğini çizelim.



Grafik: Bir Fabrikada Üretilen Beyaz Eşya Miktarı

Çözüm

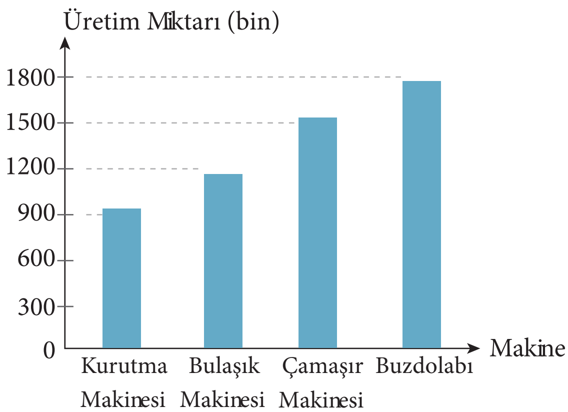
Daire grafiğinden yararlanarak her bir beyaz eşya türünden ne kadar üretildiğini hesaplayalım. Fabrikada toplam 5400000 adet beyaz eşya üretildiğine göre bir bütünün belirtilen yüzdesini bulalım. Buna göre bu fabrikada bir yılda;

$5400000 \cdot \frac{17}{100} = 918000$ adet kurutma makinesi,

$5400000 \cdot \frac{22}{100} = 1188000$ adet bulaşık makinesi,

$5400000 \cdot \frac{28}{100} = 1512000$ adet çamaşır makinesi

$5400000 \cdot \frac{33}{100} = 1782000$ adet buzdolabı üretilmiştir. Bu verileri kullanarak sütun grafiğini oluşturalım.



Grafik: Bir Fabrikada Üretilen Beyaz Eşya Miktarı

ALIŞTIRMALAR

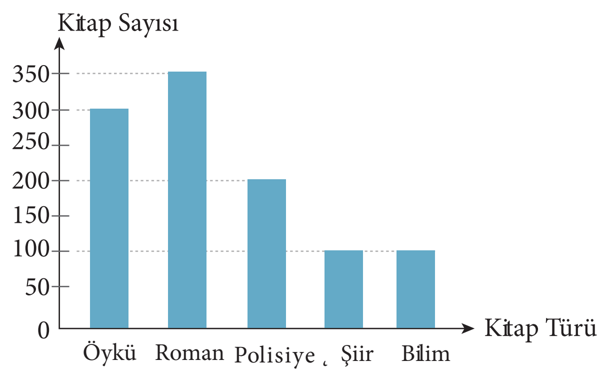
1. Bir ilin beş günlük tahmini ortalama sıcaklık değerlerini gösteren sıklık tablosu yanda verilmiştir.

Tablodaki verileri uygun olan iki faklı grafik türü ile aşağıdaki boşlukta gösteriniz. Grafikleri yorumlayınız.

Gün	Sıcaklık (C°)
Pazartesi	7
Salı	9
Çarşamba	10
Perşembe	11
Cuma	6

Tablo: Ortalama Sıcaklık

2.



Tablo: Türüne Göre Kitap Sayıları

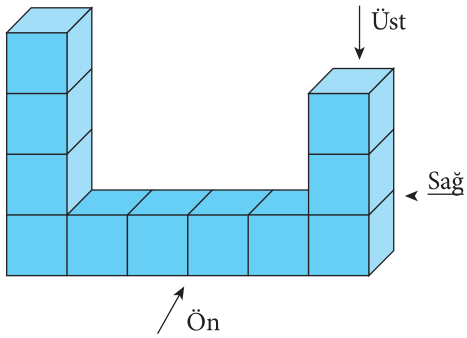
Bir okul kütüphanesindeki kitapların türlerine göre sayılarını gösteren sütun grafiği yukarıda verilmiştir.

Tablodaki verileri kullanarak aşağıdaki boşluğa sıklık tablosunu oluşturunuz. Bu tablodaki verileri, yüzdelik dilimleri kullanarak daire grafiği ile gösteriniz.

CİSİMLERİN FARKLI YÖNLERDEN GÖRÜNÜMLERİ

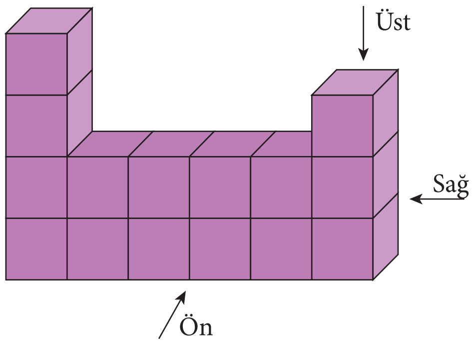
Üç Boyutlu Cisimlerin Farklı Yönlerden İki Boyutlu Görünümleri

Birimküplerle oluşturulmuş yandaki yapının ön, arka, üst, sağ ve sol gibi farklı yönlerden görünümleri çizildiğinde hangileri simetrik olur? İnceleyiniz.

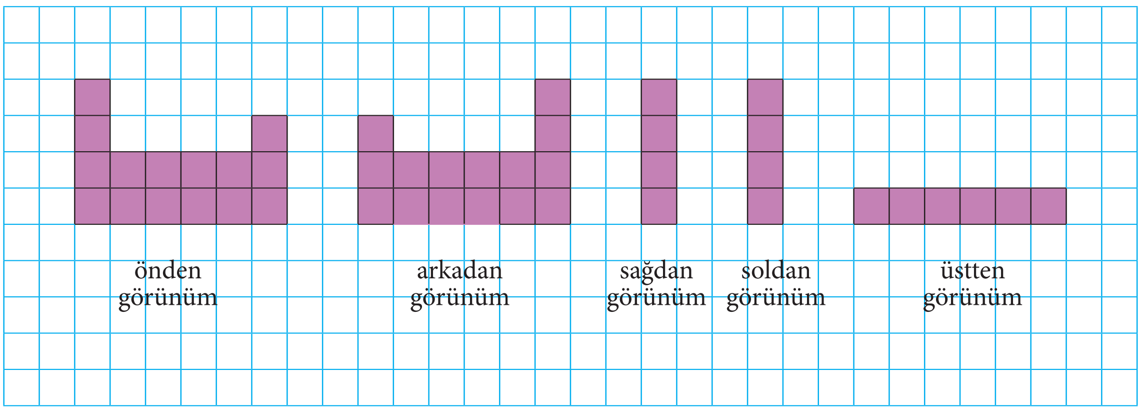


Örnek

Birimküplerle oluşturulan yandaki yapının önden, arkadan, üstten, sağdan ve soldan görünümlerini kareli kâğıda çizelim. Farklı yönlerden çizdiğimiz bu görünümleri birbiriyle ilişkilendirelim.



Çözüm

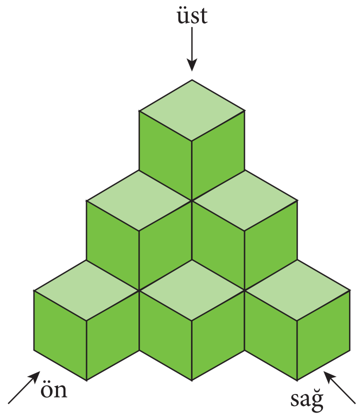


Birimküplerle oluşturulan yapının en, boy ve yükseklik olmak üzere üç boyutu vardır. Bu yapının kareli kâğıda farklı yönlerden çizilmiş görünümleri ise iki boyutludur.

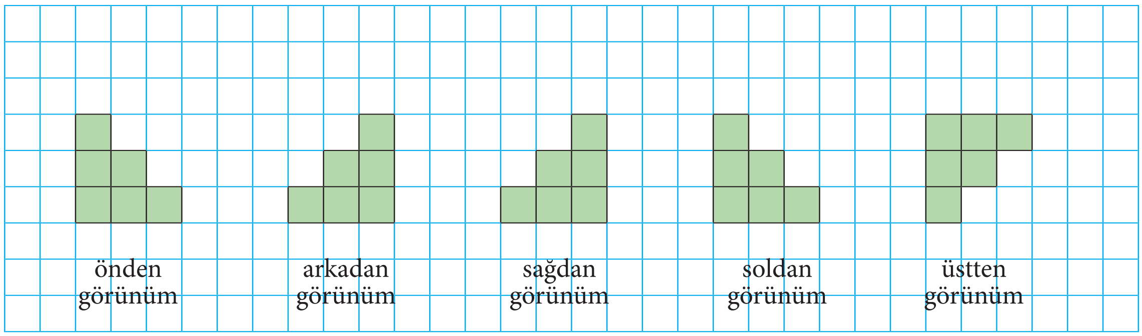
Birimküplerle oluşturulan yapının kareli kâğıda çizilmiş önden ve arkadan görünümleri simetriktir. Sağdan ve soldan görünümleri ise aynıdır.

Örnek

Birimküplerle oluşturulan yandaki yapının önden, arkadan, üstten, sağdan ve soldan görünümlerini kareli kâğıda çizelim. Farklı yönlerden çizdiğimiz bu görünümleri birbiriyle ilişkilendirelim.



Çözüm

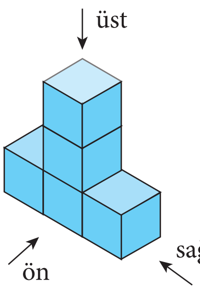


Birimküplerle oluşturulan yapının kareli kâğıda çizilmiş görünümlerinden;

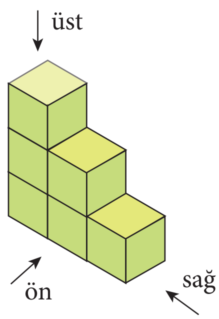
- Önden ve arkadan görünüm ile sağdan ve soldan görünümleri simetrik,
- Önden ve soldan görünüm ile arkadan ve sağdan görünümleri ise aynıdır.

ALIŞTIRMA

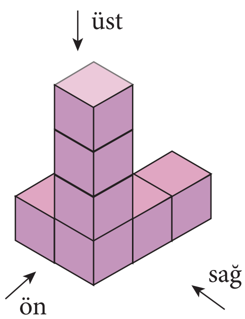
a.



b.



c.



Yukarıda birimküplerle oluşturulan yapıların önden, arkadan, üstten, sağdan ve soldan görünümlerini yan sayfada verilen kareli zeminlere çiziniz. Farklı yönlerden çizdiğiniz bu görünümleri birbiriyle ilişkilendiriniz.

a.

önden görünüm | arkadan görünüm | sağdan görünüm | soldan görünüm | üstten görünüm

b.

önden görünüm | arkadan görünüm | sağdan görünüm | soldan görünüm | üstten görünüm

c.

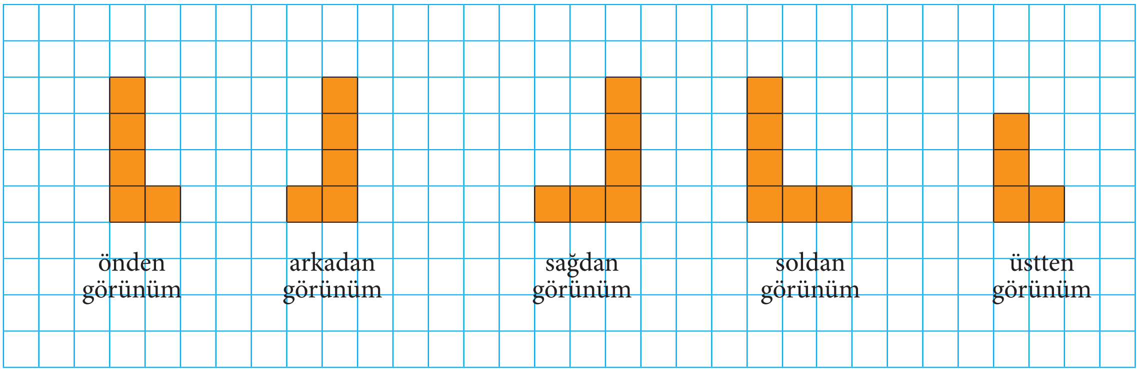
önden görünüm | arkadan görünüm | sağdan görünüm | soldan görünüm | üstten görünüm

Farklı Yönlerden Çizimleri Verilen Yapıları Oluşturma

DÜŞÜNELİM

Bir yapının kareli kâğıda farklı yönlerden çizilmiş iki boyutlu görünümlerinden hangileri bilinirse yapının üç boyutlu görünümü çizilebilir? Araştırınız.

Örnek



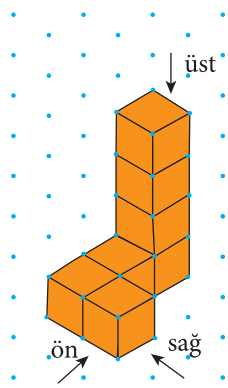
Yukarıda bir yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten görünümleri verilmiştir. Yapıda 7 birim küp kullanılmıştır.

Buna göre bu yapıyı birim küplerle izometrik kâğıt üzerinde oluşturalım.

Çözüm

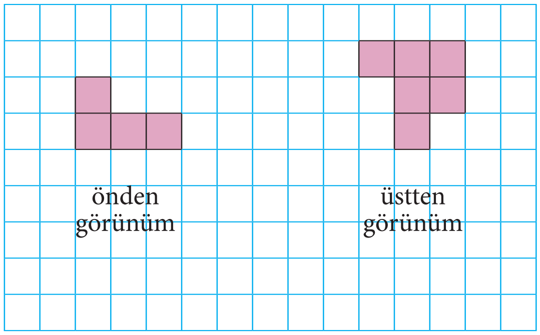
Farklı yönlerden görünümleri verilen yapı, 7 birim küp kullanılarak yandaki gibi oluşturulur.

Birimküplerle oluşturulan bir yapının önden ve arkadan görünümü ile sağdan ve soldan görünümleri simetriktir. Bu nedenle önden, sağdan ve üstten görünümlerinden en az iki tanesinin verilmesi yapıyı çizmek için yeterlidir.



Örnek

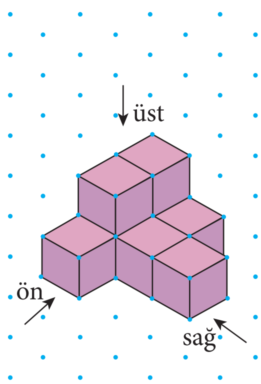
Yanda önden ve üstten görünümleri verilen yapıyı birimküplerle izometrik kâğıt üzerinde oluşturalım.



Çözüm

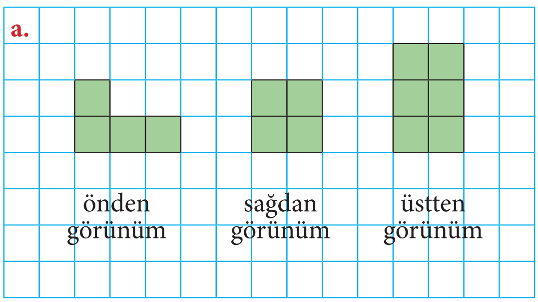
Farklı yönlerden görünümleri verilen yapı, 8 birim küp kullanılarak yandaki gibi oluşturulur.

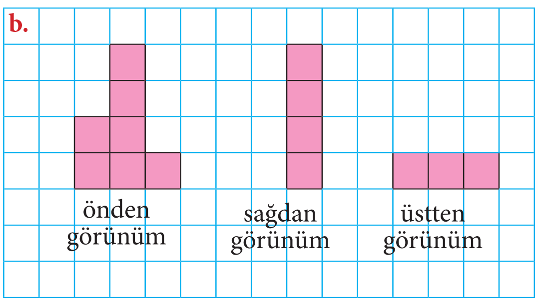
Birimküplerle oluşturulan bir yapının önden ve arkadan görünümü ile sağdan ve soldan görünümleri simetriktir. Bu nedenle önden, sağdan ve üstten görünümlerinden en az iki tanesinin verilmesi yapıyı çizmek için yeterlidir.



ALIŞTIRMALAR

Aşağıda farklı yönlerden görünümleri verilen yapıları yan taraflarındaki izometrik kâğıda çiziniz.





6. ÜNİTE ÖZETİ

VERİ ANALİZİ

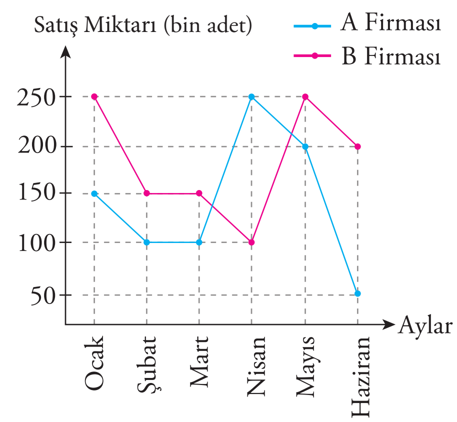
- Bir araştırma sonucunda toplanan verilerin, yatay ve dikey eksendeki değerlerinin işaretlenerek bulunan noktaların birleştirilmesi ile oluşan grafiğe **çizgi grafiği** denir. Çizgi grafiklerini okumak için grafik üzerinde bir nokta belirlenir. Bu noktanın yatay ve dikey eksenlerdeki değerleri ve bu değerler arasındaki ilişki yorumlanır.
- Bir veri grubunda, verilerin toplamının veri sayısına bölümüne **aritmetik ortalama** denir.
- Bir veri grubunda, en çok tekrar eden sayıya **tepe değer** ya da **mod** denir. Bir veri grubunda birden fazla tepe değer olabilir. Eğer veri grubunda tekrar eden sayı yoksa grubun tepe değeri yoktur. Veri grubunun en belirgin özelliği tespit edilmek isteniyorsa tepe değer kullanılır.
- Bir veri grubundaki veriler küçükten büyüğe doğru sıralandığında ortadaki sayıya **ortanca** ya da **medyan** denir. Veri grubundaki veri sayısı tek ise ortanca en ortadaki sayı, veri sayısı çift ise ortanca, ortadaki iki sayının toplamının yarısına eşittir. Bir veri grubunun ortanca değeri bu veri grubunda bulunmayabilir.
- Bir araştırma sonucunda elde edilen verilerin bir dairenin dilimlere ayrılarak gösterilmesine **daire grafiği** denir.
- Bir araştırma sonucunda elde edilen verilerin;

  1. Belli bir zaman aralığındaki değişimini (artma veya azalma) yorumlamak için çizgi grafiği,
  2. Ait olduğu bütün içindeki yerini yorumlamak için daire grafiği,
  3. Diğer değişkenlerle karşılaştırmalı yorumlaması için sütun grafiği daha uygun bir grafiktir.

CİSİMLERİN FARKLI YÖNLERDEN GÖRÜNÜMLERİ

- Birimküplerle oluşturulan bir yapının önden ve arkadan görünümü ile sağdan ve soldan görünümleri simetriktir. Bu nedenle önden, sağdan ve üstten görünümlerinden en az iki tanesinin verilmesi yapıyı çizmek için yeterlidir.

6.ÜNİTE
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME SORULARI



Grafik: İki Firmanın Satış Miktarları

Yukarıdaki grafikte iki firmanın altı aylık satış miktarları verilmiştir. 1, 2, 3, 4 ve 5. soruları bu grafikteki verilere göre cevaplayınız.

1. **A firmasının altı aylık toplam satış miktarı kaçtır?**

A) 750 B) 850
C) 950 D) 1050

2. **B firmasının altı aylık toplam satış miktarı kaçtır?**

A) 750 B) 850
C) 950 D) 1100

3. **B firmasının en az satış yaptığı ay aşağıdakilerden hangisidir?**

A) Ocak B) Şubat
C) Mart D) Nisan

4. **B firması ile A firmasının satış miktarlarının arasındaki farkın 50000 olduğu aylar hangileridir?**

A) Şubat-Mart-Mayıs
B) Mart-Nisan-Haziran
C) Ocak-Nisan-Mayıs
D) Nisan-Mayıs-Haziran

5. **A firmasının, B firmasından fazla satış yaptığı ay aşağıdakilerden hangisidir?**

A) Şubat B) Mart
C) Nisan D) Mayıs

6. 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 11, 11

veri grubunun ortancası kaçtır?

A) 5 B) 6
C) 7 D) 11

HAYAT BOYU ÖĞRENME

7. Bir sağlık ocağına 15 gün boyunca aşı için getirilen bebeklerin sayısına ait veriler aşağıda verilmiştir.

8, 7, 3, 4, 4, 6, 5, 6, 7, 11, 11, 2, 8, 4

Buna göre veri grubunun tepe değeri kaçtır?

A) 11 B) 7

C) 6 D) 4

8. Asya'nın birinci dönem matematik dersinden aldığı üç yazılı ve iki sınıf içi performans notu aşağıdaki sıklık tablosunda verilmiştir.

Not Türü	Not
1. Yazılı Sınav	65
2. Yazılı Sınav	55
3. Yazılı Sınav	80
1. Performans	70
2. Performans	80

Tablo: Asya'nın Matematik Notları

Tabloya göre Asya'nın matematik dersi birinci dönem not ortalaması kaçtır?

A) 55 B) 65

C) 70 D) 80

HAYAT BOYU ÖĞRENME

9. 7, 8, 9, 10, 13, 13, 17

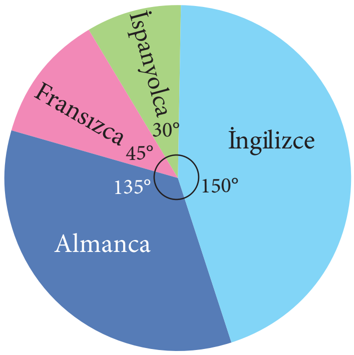
Yukarıdaki veri grubundan 17 çıkarılırsa aşağıdakilerden hangisinde bir değişiklik <u>olmaz?</u>

A) Ortanca

B) Tepe Değer

C) Açıklık

D) Aritmetik Ortalama



Grafik: Yabancı Dil Seçimine Göre Öğrenci Dağılımı

720 öğrencisi olan bir okuldaki öğrencilerin seçtikleri yabancı dillere göre dağılımı yukarıdaki daire grafiğinde verilmiştir. 10, 11 ve 12. soruları bu grafikteki verilere göre cevaplayınız.

10. **Bu okulda yabancı dil olarak İngilizce seçen kaç öğrenci vardır?**

A) 300 B) 270

C) 90 D) 60

11. **Bu okuldaki öğrencilerin yüzde kaçı yabancı dil olarak Fransızca seçmiştir?**

A) %41,7 B) %37,5

C) %12,5 D) %8,3

12. **Bu okulda yabancı dil olarak Almanca seçen öğrenci sayısı İspanyolca seçen öğrenci sayısından kaç fazladır?**

A) 270 B) 240

C) 180 D) 210

Grafik: Berk'in Kumbarasındaki Madenî Paralar

Yukarıdaki yüzdelik dilimli daire grafiğinde, Berk'in kumbarasında biriktirdiği 360 adet madenî paranın türlerine göre dağılımı gösterilmiştir. 13, 14 ve 15. soruları bu grafikteki verilere göre cevaplayınız.

13. **Berk'in kumbarasındaki madenî para türlerinden en fazla adette olan para türü aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 5 kuruş B) 10 kuruş

C) 25 Kuruş D) 50 Kuruş

14. **Berk'in kumbarasında 10 kuruşluk kaç adet madenî para vardır?**

A) 72 B) 54

C) 36 D) 144

HAYAT BOYU ÖĞRENME

15. **Berk'in kumbarasındaki madenî para türlerinden en fazla adette olan para türünün miktarı kaç adettir?**

A) 144 B) 54

C) 72 D) 36

16. **Beş farklı marka otomobilin, belli bir kilometre sonundaki yakıt tüketimlerini karşılaştırmak istenirse en uygun grafik türü aşağıdakilerden hangisidir?**

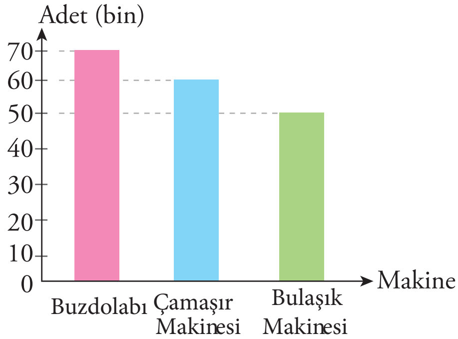
A) Çizgi Grafiği

B) Sütun Grafiği

C) Daire Grafiği

D) Sıklık Tablosu

17.



Grafik: Bir Fabrikada Üretilen Beyaz Eşyalar

Yıllık 180000 adet beyaz eşya üreten bir fabrikada, beyaz eşya türüne göre üretim miktarını gösteren sütun grafiği yukarıda verilmiştir.

Bu verilere uygun daire grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

A)

Grafik: Bir Fabrikada Üretilen Beyaz Eşyalar

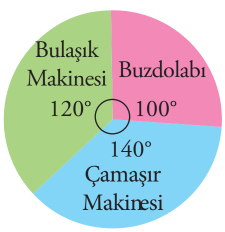
B)

Grafik: Bir Fabrikada Üretilen Beyaz Eşyalar

C)

Grafik: Bir Fabrikada Üretilen Beyaz Eşyalar

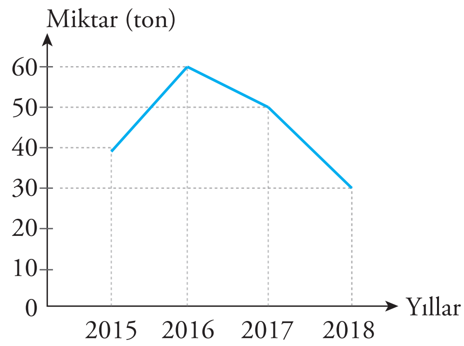
D)



Grafik: Bir Fabrikada Üretilen Beyaz Eşyalar

HAYAT BOYU ÖĞRENME

18.

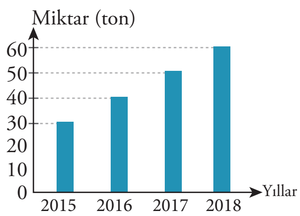


Grafik: Bir yıllara göre portakal ihracatı

Yukarıda bir ilimizin 2015–2018 yılları asındaki portakal ihracatını gösteren grafik verilmiştir.

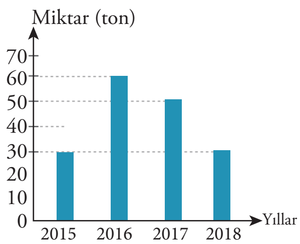
Bu verilere uygun sütun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

A)



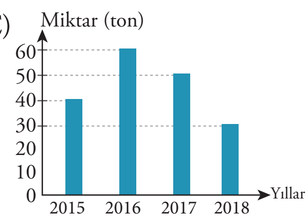
Grafik: Bir İlin Yıllara Göre Portakal İhracatı

B)



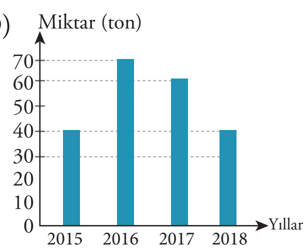
Grafik: Bir İlin Yıllara Göre Portakal İhracatı

C)



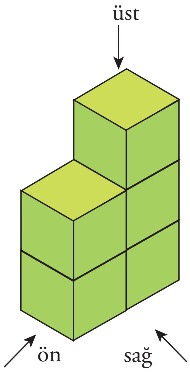
Grafik: Bir İlin Yıllara Göre Portakal İhracatı

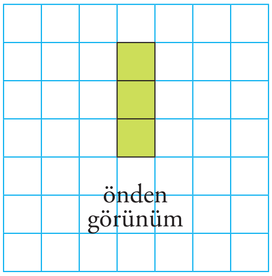
D)

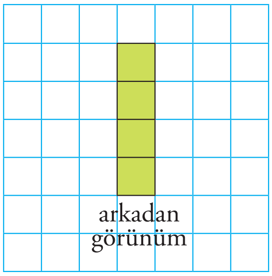


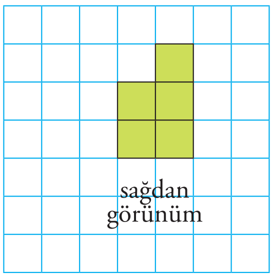
Grafik: Bir İlin Yıllara Göre Portakal İhracatı

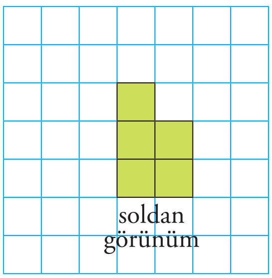
19. **Yanda birimküplerle oluşturulan yapı ile ilgili aşağıda verilen görünümlerden hangisi <u>yanlıştır?</u>**



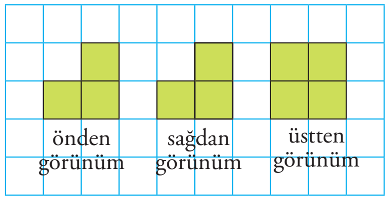
A)


B)


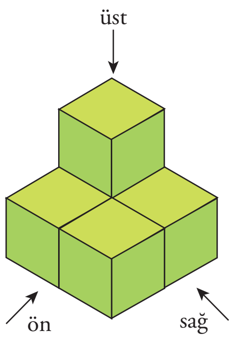
C)


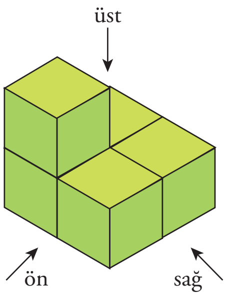
D)


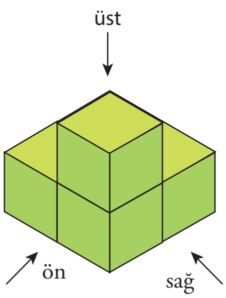
HAYAT BOYU ÖĞRENME

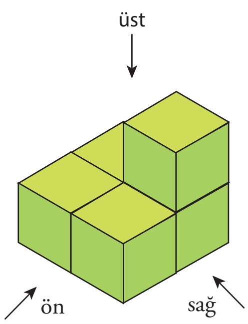
20.


Yukarıda farklı yönlerden görünümleri verilen yapı aşağıdakilerden hangisidir?

A)


B)


C)


D)


CEVAP ANAHTARI

1. ÜNİTE

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	D	C	A	C	A	B	D	D	A

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	B	B	C	D	A	B	D	C

DOĞRU SAYISI

YANLIŞ SAYISI

2. ÜNİTE

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	D	A	C	B	A	D	D	B

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	A	B	C	D	D	A	B	C

DOĞRU SAYISI

YANLIŞ SAYISI

3. ÜNİTE

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	A	C	B	D	C	A	A	C

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	D	D	D	C	B	C	B	D

DOĞRU SAYISI

YANLIŞ SAYISI

4. ÜNİTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	C	B	A	D	C	D	A	B	B
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	C	B	D	A	A	D	B	D	C

DOĞRU SAYISI | YANLIŞ SAYISI

5. ÜNİTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	C	A	D	D	C	B	A	A	B	B
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	B	A	D	C	B	C	D	A	D

DOĞRU SAYISI | YANLIŞ SAYISI

6. ÜNİTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	B	D	D	A	C	A	D	C	B	A
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	C	D	A	C	A	B	B	C	B	D

DOĞRU SAYISI | YANLIŞ SAYISI

SÖZLÜK

A

açı: Başlangıç noktaları ortak olan iki ışından oluşan düzlemsel şekil.

açı ortay: Bir açının ölçüsünü iki eş açıya ayıran ışın.

alan: Bir yüzeyin üzerinde bulunduğu düzlemde kapladığı yer.

algoritma: İyi tanımlanmış kuralların ve işlemlerin adım adım uygulanmasıyla bir sorunun giderilmesi veya sonuca en hızlı biçimde ulaşılması işlemi.

anket: Konuyla ilgili bilgilerin özgün yazılı sorular yoluyla ve bir mülakatçı aracılığıyla kişilerden elde edilmesi esasına dayalı bir veri toplama biçimi.

ardışık sayı: Bir, iki, üç gibi birbiri ardınca gelen sayılar.

aritmetik ortalama: Bir veri grubundaki sayıların toplamının, veri sayısına bölünmesi ile elde edilen değer.

B

benzer terim: Bir cebirsel ifadede değişkenleri ve değişkenlerinin kuvvetleri aynı olan terimler.

bilinmeyen: Bir terim içindeki harf ya da sembol.

birimküp: Hacmin hesaplanmasında kullanılan uzunlukların birimi cm, m vb. birimlerle ifade edilmemiş cisimlerin hacim ölçüsü.

boyut: Doğruların, yüzeylerin veya cisimlerin ölçülmesinde ele alınan üç doğrultudan uzunluk, genişlik ve derinlikten her biri.

bütünler açılar: Ölçüleri toplamı 180° olan iki açı.

C - Ç

cebir:	Bilinmeyeni temsil etmek için sembol ve harflerin kullanıldığı matematik kolu.
cebirsel ifade:	Harf ya da sembol kullanılarak oluşturulan matematiksel ifade.
çap:	Çemberin merkezinden geçen ve uç noktaları çember üzerinde bulunan doğru parçası.
çarpan:	Bir çarpma işleminde çarpımı veren sayılardan her biri.
çember:	Düzlemde bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktaların oluşturduğu düzlemsel şekil.
çember parçası:	Çemberin iki noktası arasında kalan parçası, çember yayı.
çevre:	Düzlem üzerindeki bir şekli sınırlayan çizgi.
çizgi grafiği:	Bir araştırma sonucunda toplanan verilerin, yatay ve dikey eksendeki değerlerinin işaretlenerek bulunan noktaların birleştirilmesi ile oluşan grafik.
çokgen:	Düzlemde birbirinden farklı ve herhangi üçü doğrusal olmayan üç veya daha fazla ardışık noktanın ikişer ikişer birleştirilmesi ile oluşan kapalı şekil.
çokgensel bölge:	Bir çokgen ile iç bölgesinin birleşimi.

D

daire:	Çember ile iç bölgesinden oluşan düzlemsel şekil.
daire dilimi:	Bir dairede, merkez açının iç bölgesinin, gördüğü yay ile sınırlı olan kısmı.
daire grafiği:	Bir araştırma sonucunda elde edilen verilerin bir dairenin dilimlere ayrılarak gösterildiği grafik türü.
değişken:	Bir terim içindeki harf ya da sembol.

değişme özelliği:	Bir işlemde terimlerin yerleri değiştirildiğinde sonucun aynı olması.
denklem:	İçinde bilinmeyen (değişken) bulunan ve bu bilinmeyenlerin bazı değerleri için doğruluğu sağlanabilen eşitlik.
devirli ondalık gösterim:	Bir ondalık gösterimin ondalık kısımda aynı rakam veya rakam gruplarının sürekli olarak tekrar ettiği gösterim.
dış açı:	Paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu açılardan, paralel doğruların dış bölgesinde oluşan açılar.
dış bükey çokgen:	Köşegenlerin tamamı iç bölgesinde kalan çokgen.
dış ters açı:	Herhangi iki doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde bu doruların arasında olmayan ve kesenin farklı yanlarındaki komşu olmayan açılar.
dik açı:	Ölçüsü 90° olan açı.
doğru:	Aynı doğrultuda olan ve her iki yönde sınırsız giden noktaların birleşimi.
doğru açı:	Ölçüsü 180° olan açı.
doğru orantı:	İki değişkenden biri artarken (veya azalırken) diğerinin de aynı oranda arttığı (veya azaldığı) orantı.
düzgün çokgen:	Kenar uzunlukları ve açıları eş olan çokgen.
düzlemsel noktalar:	Aynı düzlemde bulunan noktalar.

E - F

etkisiz eleman:	Bir işlemde etkisi olmayan eleman, birim eleman.
eş:	Her bakımdan aynı.
eş açı:	Ölçüleri eşit olan açılar.

eş doğru parçaları: Uzunlukları eşit olan doğru parçaları.

eşitlik: İçinde “=” sembolü bulunan matematik cümlesi.

etkisiz eleman: Bir işlemde, işleme girdiği elemanı değiştirmeyen eleman.

faiz: Ödünç olarak verilen bir paranın belirli bir süre sonunda getirdiği kazanç.

G - H

grafik: Bir olayın, niceliğin çeşitli durumlarını göstermeye veya birkaç şey arasında karşılaştırma yapmaya yarayan çizgilerden oluşmuş şekil, çizge.

geniş açı: Ölçüsü 90° ile 180° arasında olan açı.

hacim: Bir cismin boşlukta kapladığı yer.

I - İ

ışın: Bir doğru üzerinde alınan bir nokta ile bu noktanın bir tarafında kalan tüm noktalar.

iç açı: Paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu açılardan, paralel doğruların iç bölgesinde oluşan açılar.

içbükey çokgen: Köşegenlerinin bazıları çokgen dışında olan çokgen.

iç ters açı: Herhangi iki doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde, bu doğruların arasında ve kesenin her iki tarafında komşu olmayan açılar.

indirim: Bir ürünün fiyatının azaltılması.

istatistik: Bir sonuç elde etmek için verileri belli bir yöntem kullanarak toplayıp sayı olarak belirtme.

izometrik kâğıt: Noktaların eşkenar üçgen biçiminde dizildiği, üç boyutlu çizimlerde kolaylık sağlayan noktalı kâğıt.

K - M

katsayı: Terimlerin sayısal çarpanı.

kesen: Aynı düzlemde, paralel olan ya da olmayan iki doğrunun her birini farklı birer noktada kesen üçüncü bir doğru.

komşu açılar: Köşeleri ile birer kenarları ortak olan, iç bölgeleri ayrık iki açı.

matematik cümlesi: İçinde sayılar, bir işlem, bir ilişkisel sembol (>, <, =, ?) ve bir cevap içeren cümle.

merkez açı: Köşesi, çemberin merkezinde olan açı.

O - Ö

ortak dikme: Paralel iki doğruya dik olan doğru.

oran: İki çokluğun (niceliğin) bölme şeklinde birbiri ile karşılaştırılması.

orantı: İki ya da daha fazla oranın eşitliği.

ortanca (medyan): Bir veri grubu küçükten büyüğe doğru sıralandığında terim sayısı tek ise ortadaki sayı, çift ise ortadaki iki sayının toplamının yarısı.

ölçek: Harita ve resimlerdeki küçültmeyi gösteren oran.

R - S

rakam: Sayıları ifade etmeye yarayan semboller.

rasyonel sayı: İki tam sayının oranı şeklinde yazılabilen sayılar.

sabit: Değişmeden kalan değer.

sabit terim: Bir cebirsel ifadede değişkene bağlı olmayan terim.

sembol: Belirlenmiş bir anlamı olan resim, şekil, harf gibi işaretler.

sütun grafiği: Verilerin eksenler üzerinde sütunlarla ve çubuklarla ifade edildiği grafik türü.

T

tablo:	Birbiri ile olan ilgilerine göre düzenlenerek yazılmış verilerin tamamı.
tepe değer:	Bir veri grubunda en çok tekrar eden sayı.
terim:	Bir cebirsel ifadede matematiksel işlemler arasında kalan her bir ifade.
ters açılar:	Kesişen iki doğruda oluşan açılarda komşu olmayan, ölçüleri birbirine eşit açılar.
ters eleman:	Bir sayı ile toplandığında veya çarpıldığında etkisiz elemanı veren sayı.
ters orantı:	Biri artarken diğeri aynı oranda azalan ya da biri azalırken diğeri aynı oranda artan çokluklar arasındaki orantı.
tümler açılar:	Ölçüleri toplamı 90° olan iki açı.

Ü - V - Y - Z

üçgen:	Doğrusal olmayan üç noktayı, ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu düzlemsel şekil.
veri:	Bir araştırmanın, akıl yürütmenin temeli olan ana öge, bilgi.
yay:	Çemberde farklı iki nokta arasında kalan çember parçası.
yöndeş açı:	Paralel iki doğru bir kesenle kesildiğinde, kesenin aynı tarafında kalan aynı yönlü olan açılar.
yutan eleman:	Bir işlemde işleme girdiği her eleman için sonuç kendisine eşit olan eleman.
yüzey:	Bir cismi boşluktan ayıran dış ve yaygın bölüm, satıh, yüz.
zam:	Bir ürünün fiyatının artırılması.

KAYNAKÇA

A. DÖNMEZ, Matematiğin Öyküsü ve Serüveni. İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları, 2005.

A. N. ELÇİ, E. BUKOVA GÜZEL, B. CANTÜRK GÜNHAN, E. EV ÇİMEN, Temel Matematiksel Kavramlar ve Uygulamaları, Ankara: Pegem Akademi, 2016.

M. F. ÖZMANTAR, E. BİNGÖLBALİ, H. AKKOÇ, Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri, Ankara: Pegem Akademi, 2008.

S. SERTSÖZ, Matematiğin Aydınlık Dünyası. Ankara: Tübitak, (5. Baskı), 1997.

Türk Dil Kurumu, Matematik Terimleri Sözlüğü, Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları, 2000.

Türk Dil Kurumu, Türkçe Sözlük, Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları, 2012.

Türk Dil Kurumu, Yazım Kılavuzu, Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları, 2012.

T.C. Millî Eğitim Bakanlığı, Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı, Ankara: MEB Yayınları, 2018.

İNTERNET KAYNAKÇA

http://f.eba.gov.tr/MatematikSozlugu/matsoz_6/entries/9.html(ET: 04/10/2018)

https://www.matematiksel.org/bir-oyundan-cok-daha-fazlasi-satranc/(ET: 08/10/2018)

http://dergipark.gov.tr/download/article-file/90856 (ET: 16/10/2018)

http://adudspace.adu.edu.tr:8080/jspui/bitstream/11607/746/3/sanem_uca_tez.pdf (ET: 16/10/2018)

http://www.baskent.edu.tr/~tkaracay/etudio/ders/math/calculus/Math/130reals.pdf (ET: 24/10/2018)

http://dergipark.gov.tr/download/article-file/271935 (ET: 24/10/2018) https://www.researchgate.net/publication/325038247 (ET: 06/11/2018)

https://www.sbn.gov.tr/BKindeksi.aspx (ET: 15/11/2018)

http://www.trafik.gov.tr/SiteAssets/Trafik%20Kitapl%C4%B1k/Mevzuat/2018_Trf_Para_Cezalari_g2.pdf (ET: 22/11/2018)

www.izto.org.tr/portals/0/firezaiyat05022015.doc (ET: 25/11/2018)

https://www.turkyildizlari.tsk.tr/tr-tr/Galeri/Fotoğraflar/emodule/3205/egallery/782 (ET: 27/11/2018)

https://www.shutterstock.comps://blog.metu.edu.tr/e166560/2013/03/ (ET: 04/12/2018)

www.eba.gov.tr/video/izle/7760aaa8f6d4375af42018aaac224d4bc518d14950004 (ET: 15/12/2018)

https://www.mgm.gov.tr/tahmin/il-ve-ilceler.aspx?il=%C4%B0zmir (ET: 23/12/2018)

GÖRSEL KAYNAKÇA

Yayınevi arşivi ve https://www.shutterstock.com adresinden telif ücreti ödenerek kullanılmıştır.

KISALTMALAR/SEMBOLLER

Kısaltmalar

br: Birim

br^2: Birimkare

°C: Derece Celcius

cL: Santilitre

cm: Santimetre

cm^2: Santimetrekare

dm^2: Desimetrekare

cm^3: Santimetreküp

dk. : Dakika

dL : Desilitre

dm^3: Desimetreküp

g: Gram

kg: Kilogram

km: Kilometre

kr.: Kuruş

L: Litre

m: Metre

m^2: Metrekare

m^3: Metreküp

mm: Milimetre

mm^2: Milimetrekare

mm^3: Milimetreküp

mL: Mililitre

sa.: Saat

sn.: Saniye

TL: Türk lirası

Semboller

a^n: Üslü nicelik

. , x: Çarpma işareti

|“a”|: a’nın mutlak değeri

a : b, (a)/b, a / b: a’nın b’ye oranı

r: Yarıçap

R: Çap

π: Pi sayısı

$\widehat{A}$: A açısı

$m(\widehat{A})$: A açısının ölçüsü

[AB]: AB doğru parçası

|AB|: AB doğru parçasının uzunluğu

AB: AB doğrusu

[AB: AB ışını

$\widehat{ABC}$: ABC üçgeni

A: Alan

>: Büyüktür

<: Küçüktür

Ç: Çevre

°: Derece

⊥: Diklik

=: Eşit

≠: Eşit değil

//: Paralellik

%: Yüzde

Q: Rasyonel sayılar kümesi

Q^+: Pozitif rasyonel sayılar kümesi

Q^-: Negatif rasyonel sayılar kümesi